



Reykjavíkurborg  
Skóla- og frístundasvið

# TALNALKILL 2013

NIÐURSTÖÐUR ÚR STÆRÐFRÆÐISKIMUN Í  
3.BEKK Í GRUNNSKÓLUM REYKJAVÍKUR

MARS 2014



Ásgeir Björgvinsson  
Guðrún Edda Bentsdóttir  
Hildur B. Svavarsdóttir

# Stærðfræðiskimun

-3. bekkur nóvember 2013-

Ásgeir Björgvinsson  
Guðrún Edda Bentsdóttir  
Hildur Björk Svavarsdóttir

Skóla – og frístundasvið Reykjavíkur  
Mars 2014



## Efnisyfirlit

|                                                                                      |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>EFNISYFIRLIT</b>                                                                  | <b>3</b>  |
| <b>TÖFLUR OG MYNDIR</b>                                                              | <b>4</b>  |
| <b>INNGANGUR</b>                                                                     | <b>5</b>  |
| <b>AÐFERÐ</b>                                                                        | <b>6</b>  |
| ÞÁTTAKA                                                                              | 6         |
| TÆKI                                                                                 | 6         |
| FRAMKVÆMD                                                                            | 7         |
| ÚRVINNSLA                                                                            | 7         |
| <b>NIÐURSTÖÐUR</b>                                                                   | <b>9</b>  |
| HELSTU HLUTFÖLL                                                                      | 9         |
| ÞREP I: REIKNINGUR OG AÐGERÐIR                                                       | 12        |
| ÞREP II: TÖLUR                                                                       | 15        |
| ÞREP III: MÆLINGAR, STÆRÐFRÆÐIHEITI, TÖLFRÆÐI, RÚM- OG FLATARMÁL, ALGEBRA OG JÖFNUR. | 18        |
| NEMENDUR SEM ÞURFA SÉRSTAKAN STUÐNING                                                | 20        |
| <b>SAMANTEKT OG NÝTING NIÐURSTAÐNA</b>                                               | <b>24</b> |
| <b>HEIMILDASKRÁ</b>                                                                  | <b>26</b> |

## Töflur og myndir

|                                                                                                                                        |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Mynd 1. Hlutfall nemenda sem tók þátt í stærðfræðiskimun af heildarfjölda í 3. bekk árin 2008-2013....                                 | 6  |
| Tafla 1. Prófpættir, tegund fyrirlagnar og nemendahópur sem fer í hvert þrep.....                                                      | 7  |
| Tafla 2. Fjöldi nemenda eftir skólum og hlutfall nemenda sem fór í gegnum hvert þrep. ....                                             | 9  |
| Mynd 2. Hlutfall nemenda eftir hversu mörg þrep þeir þurftu að fara í árin 2008-2013.....                                              | 10 |
| Mynd 3. Meðaltöl í þrepi I og II árin 2008-2013.....                                                                                   | 10 |
| Mynd 4. Meðaltöl hóps 3 árin 2008-2013. ....                                                                                           | 11 |
| Mynd 5. Fjöldi nemenda eftir mælitölu í prófpættinum <i>reikningur og aðgerðir</i> . ....                                              | 12 |
| Mynd 6. Meðaltöl skóla í prófpættinum <i>reikningur og aðgerðir</i> . ....                                                             | 13 |
| Mynd 7. Meðaltöl kynja í prófpættinum <i>reikningur og aðgerðir</i> eftir skólum. ....                                                 | 14 |
| Mynd 8. Fjöldi nemenda eftir mælitölu í prófpættinum <i>tölur</i> . ....                                                               | 15 |
| Mynd 9. Meðaltöl skóla í prófpættinum <i>tölur</i> . ....                                                                              | 16 |
| Mynd 10. Meðaltöl kynja í prófpættinum <i>tölur</i> eftir skólum.....                                                                  | 17 |
| Mynd 11. Hlutfall nemenda í þrepi III eftir því hvort árangur þeirra er fyrir ofan meðallag, í meðallagi eða fyrir neðan meðallag..... | 18 |
| Tafla 3. Meðaltöl drengja og stúlkna í prófpáttum þriðja þreps árið 2012. ....                                                         | 19 |
| Mynd 12. Hlutfall nemenda sem fór í gegnum öll þrjú þrep skimunarinnar eftir heildartölu. ....                                         | 20 |
| .....                                                                                                                                  | 21 |
| Mynd 13. Hlutfall nemenda árin 2008 – 2013, sem líklega þarf sérstakan stuðning í stærðfræði. ....                                     | 21 |
| Mynd 14. Hlutfall nemenda eftir kynjum árin 2008 – 2013, sem líklega þarf sérstakan stuðning í stærðfræði. ....                        | 22 |
| Mynd 15. Hlutfall nemenda eftir skólum og þrepum. ....                                                                                 | 23 |

## Inngangur

Læsi á tölulegar upplýsingar og stærðfræði eru mikilvægir þættir í daglegu lífi fólks. Margar námsgreinar á síðari hluta skólagöngunnar byggja á einn eða annan hátt á stærðfræði og það er því mjög mikilvægt að nemendur nái strax tókum á grunnhugtökum stærðfræðinnar. Í Aðalnámskrár grunnskóla, greinasvið frá 2013 segir: „Stærðfræðin hefur frá því sögur hófust verið mikilvægur hluti menningarinnar. Verkefni stærðfræðinnar eru að finna, skapa, tjá og útskýra hvers kyns regluleika, lögmál, kerfi og mynstur. Hún er þannig ein af mikilvægum leiðum mannsins til að skapa merkingu og skilja náttúru og samfélag...Í aldanna rás hafa hugtök og táknmál um stærðir, rými og reglur þróast í stöðugri viðleitni mannsins til að ná meiri stjórn á aðstæðum sínum og auka getu sína til aðgerða“ (bls. 208).

Í *Starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík* fyrir árið 2004 var það markmið sett að staða nemenda í stærðfræði í 3. bekk yrði metin með skimun og hefur það verið gert árlega frá þeim tíma. Skimunarpróf eru notuð í því skyni að afmarka þann hóp nemenda sem þarfnast aðstoðar á tilteknu námssviði eða námsgrein. Almenn er talið árangursríkast að finna nemendur sem eiga í vandræðum í stærðfræði snemma á námsferlinum, til að unnt sé að bregðast við með sérstökum stuðningi áður en vandinn verður meiri. Niðurstöður skimunarinnar móta viðmið sem notuð eru við ákvörðun um að veita nemanda sérstakan stuðning í stærðfræði og nýta þannig mannafla og fjármagn sem best.

Skimunarprófið *Talnalykill* er staðlað og töluverð reynsla komin á notkun þess og er það líklega eina tækið hérlandis þar sem skimunaraðferð hefur verið þróuð sérstaklega og eiginleikar hennar og árangur rannsakaðir. Talnalykill tekur ekki mið af ákveðnu námsefni í stærðfræði. Fjögur aðalmarkmið prófsins eru að gefa kost á: a) samanburði við aðra nemendur, b) samanburði á kunnáttusviðum fyrir einstaka nemendur, c) greiningu á þeirri sérstöku færni sem einstakir nemendur hafa eða skortir og birtist í frammistöðu á einstökum verkefnum og d) leit að slökum nemendum.

Skimunarprófið var fyrst lagt fyrir í grunnskólum í Reykjavík í nóvember 2003 og var upplýsingum safnað saman á Fræðslumiðstöð Reykjavíkur og gefin út skýrsla. Fræðslufirvöld hafa hvatt alla skóla í Reykjavík með 3. bekk til þátttöku í skimuninni.

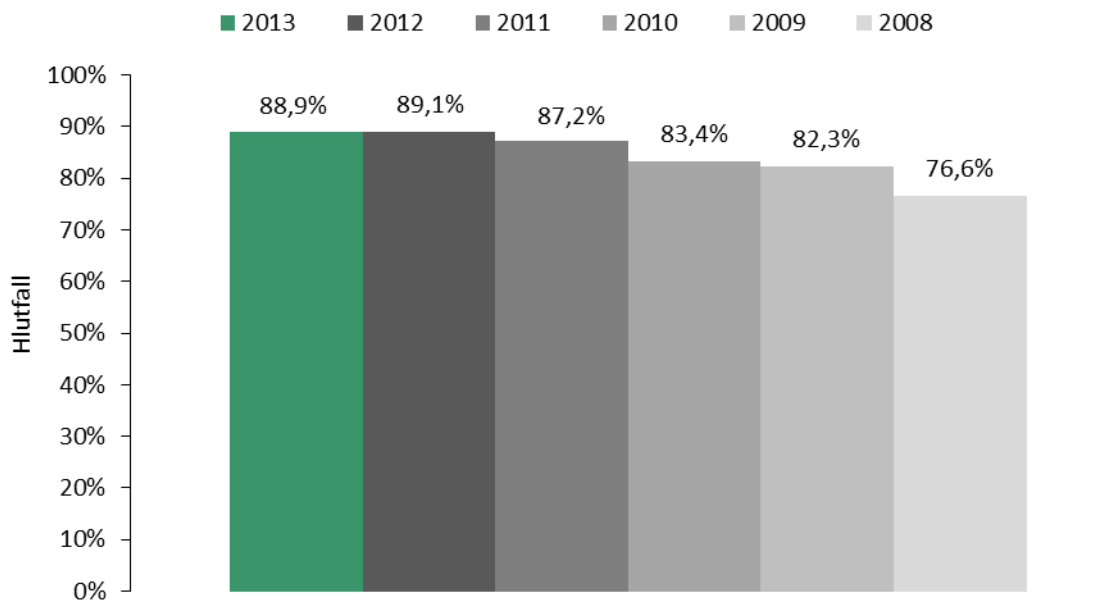
Það er von okkar að kennarar geti nýtt sér niðurstöður skimunarinnar til að móta sér stefnu fram í tímann fyrir þá nemendur sem slakast gengur í stærðfræði.

## Aðferð

### Þátttaka

Öllum almennum og sjálfstætt starfandi grunnskólum í Reykjavík var boðin þátttaka í stærðfræðiskimuninni með Talnalykli í nóvember 2013. Alls tóku 33 skólar þátt í skimuninni af þeim 36 sem hafa 3. bekk. Af þessum 33 skólum eru 30 almennir og 3 sjálfstætt starfandi. Tveir skólanna voru með í fyrsta skipti, einn almennur og einn sjálfstætt starfandi. Af þeim þremur skólum er ekki tóku þátt er einn almennur og tveir sjálfstætt starfandi.

Tæp 89% nemenda í 3. bekk í Reykjavík tóku þátt í stærðfræðiskimuninni nú og er hlutfallið nánast það sama og árið 2012 en hlutfallið þá var það hæsta í sögu skimunarinnar í Reykjavík. Hlutfall þátttakenda í skimuninni árin 2013-2008 má sjá á mynd 1. Samanlagður fjöldi nemenda er þátt tók árið 2013 var 1.357 en var 1.230 árið 2012. Fjöldinn hefur aldrei verið meiri í skimuninni.



Mynd 1. Hlutfall nemenda sem tók þátt í stærðfræðiskimun af heildarfjölda í 3. bekk árin 2008-2013.

### Tæki

Skimunarprófið *Talnalykill* er notað til að meta kunnáttu nemenda í stærðfræði (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998a). Skimunin fer fram í þremur þrepum. Í þrepi I er prófþátturinn *reikningur og aðgerðir* lagður fyrir, í þrepi II er prófþátturinn *tölur* lagður fyrir, í þrepi III eru fimm prófþættir lagðir fyrir eða *mælingar*, *stærðfræðiheiti*, *tölfræði*, *rúm- og flatarmál*, og *algebra og jöfnur* (tafla 1). Fyrirlögnin er mismunandi eftir prófþáttum. Þrír prófþættir eru lagðir fyrir í hópprófi, *reikningur og aðgerðir*, *rúm- og flatarmál* og *algebra og jöfnur*, en hinir fimm þættirnir eru lagðir fyrir í

einstaklingsprófi. Hópprófin má leggja fyrir heila bekki í einu, lítinn hóp nemenda eða jafnvel einstaka nemendur þar sem þeir sitja einir við borð og vinna sjálfstætt. Einstaklingsprófin eru lögð fyrir einn nemanda í einu þar sem prófandi situr gegnt nemandanum og leggur fyrir hann verkefni. Nemandi skráir svör sín í þar til gert verkefnahefti (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998b).

Með hverjum prófbætti er metin tiltekin kunnátta og til samans mynda prófbættirnir sjö eina heildartölu sem er mælikvarði á almenna kunnáttu í stærðfræði. Hér er beitt þriggja þrepa skimun til að finna þá nemendur sem eiga við stærðfræðierfiðleika að stríða.

## Framkvæmd

Prófunin fer þannig fram að prófbátturinn *reikningur og aðgerðir* er lagður fyrir alla nemendur í hópprófi. Þeir nemendur sem fá mælitöluna 9 eða lægri taka næsta prófbátt, *tölur* sem er einstaklingspróf. Þeir nemendur sem þar fá mælitöluna 9 eða lægri taka hina fimm prófbætti Talnalykils. Í töflu 1 má sjá prófbættina, hvernig fyrirlögn er í hverjum þeirra og hver nemendahópurinn er.

**Tafla 1. Prófbættir, tegund fyrirlagnar og nemendahópur sem fer í hvert þrep**

| Þrep | Prófbáttur             | Fyrirlögn        | Nemendahópur                                               |
|------|------------------------|------------------|------------------------------------------------------------|
| I    | Reikningur og aðgerðir | Hóppróf          | Allir nemendur                                             |
| II   | Tölur                  | Einstaklingspróf | Nemendur með mælitöluna <sup>1</sup> 9 eða lægri í þrepi I |
| III  | Mælingar               | Einstaklingspróf | Nemendur með mælitöluna 9 eða lægri í þrepi II             |
| III  | Stærðfræðiheiti        | Einstaklingspróf |                                                            |
| III  | Tölfræði               | Einstaklingspróf |                                                            |
| III  | Rúm- og flatarmál      | Hóppróf          |                                                            |
| III  | Algebra og jöfnur      | Hóppróf          |                                                            |

Prófbátturinn *reikningur og aðgerðir* er lagður fyrir í kennslustund undir stjórn bekkjarkennara og deildarstjóra sérkennslu. Einstaklingspróf eru í flestum skólum lögð fyrir af sérkennara í samstarfi við bekkjarkennara. Niðurstöður prófbátta fyrir hvern nemanda eru sendar til skóla- og frístundasviðs Reykjavíkurborgar án nafns nemanda.

## Úrvinnsla

Í þessari skýrslu er gerð grein fyrir niðurstöðum skólanna sem tóku þátt í stærðfræðiskimuninni haustið 2013 og samanburður gerður við skimanirnar árin 2008-2012. Unnið er úr niðurstöðum hvers skóla í einstökum prófbáttum. Stig hvers nemanda eru lögð saman í hverjum prófbætti fyrir sig, þeim breytt í mælitölur og meðaltöl skóla birt.

Fyrir þá nemendur sem tóku alla prófhlutana er reiknuð heildartala<sup>2</sup> og meðaltöl þeirra borin saman á milli skóla. Eftir því sem heildartala er lægri og frammistaða nemanda þar með lakari, eru meiri líkur á því að nemandi þurfi sérstakan stuðning umfram aðra nemendur. Miðað er við að nemandi með heildartöluna 70 eða lægri, þurfi mjög líklega sérstakan stuðning. Nemandi sem er með heildartölu á

<sup>1</sup> Prófstigum er breytt í mælitölur eftir stöðluðum töflum. Mælitölur prófbátta eru normaldreifðar og eru á bilinu 1-19 þar sem 10 er meðaltal og staðalfrávik er 3. Þetta þýðir að fyrir hvern prófbátt fá um 2/3 hlutar nemenda mælitölu á bilinu 7 til 13 (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998b).

<sup>2</sup> Til að finna heildartölu eru mælitölur allra prófbátta lagðar saman og summunni breytt í heildartölu samkvæmt stöðlun höfunda. Heildartalan er normaldreifð þar sem meðaltal er 100 og staðalfrávik er 15. Þetta þýðir að um 2/3 nemenda eru með heildartölu á bilinu 85 til 115 (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998b).

milli 70 og 85 er líklegur til að þurfa stuðning. Nemandi sem er með yfir 85 í heildartölu ætti ekki að þurfa sérstakan stuðning, þótt alltaf séu einhver tilvik þar sem slíkt er nauðsynlegt.

Tölfræðileg greining í þessari stærðfræðiskimun byggist fyrst og fremst á samanburði meðaltala milli skóla og hvers skóla við heildarmeðaltal<sup>3</sup>. Vikmörk eru reiknuð til að hægt sé að segja með 95% vissu á hvaða bili mælitölur nemenda eru í hverjum skóla eða prófþætti. Vikmörk eru sett með meðaltölum á þær myndir sem við á og táknuð með grárri lóðréttri línu. Dreifing mælitalna er skoðuð í hverjum prófþætti fyrir sig og sett upp í mynd og sést þá normaldreifing mælitalna vel.

Lögð skal áhersla á að *reikningur og aðgerðir* er eini prófþátturinn sem allur nemendahópurinn tekur. Árangur í *tölum* verður að skoða með hliðsjón af því að þar er miðað við hópinn sem ekki nær viðmiðum í *reikningi og aðgerðum*. Þá verður að skoða árangur í öllum prófþáttum þriðja þreps með hliðsjón af því að þar er miðað við hópinn sem hvorki nær viðmiði í *reikningi og aðgerðum* né í *tölum*.

---

<sup>3</sup> Munur á milli meðaltala skóla er skoðaður með dreifigreiningu (analysis of variance) til að athuga hvort marktækur munur sé á meðaltölum hópa.

## Niðurstöður

### Helstu hlutföll

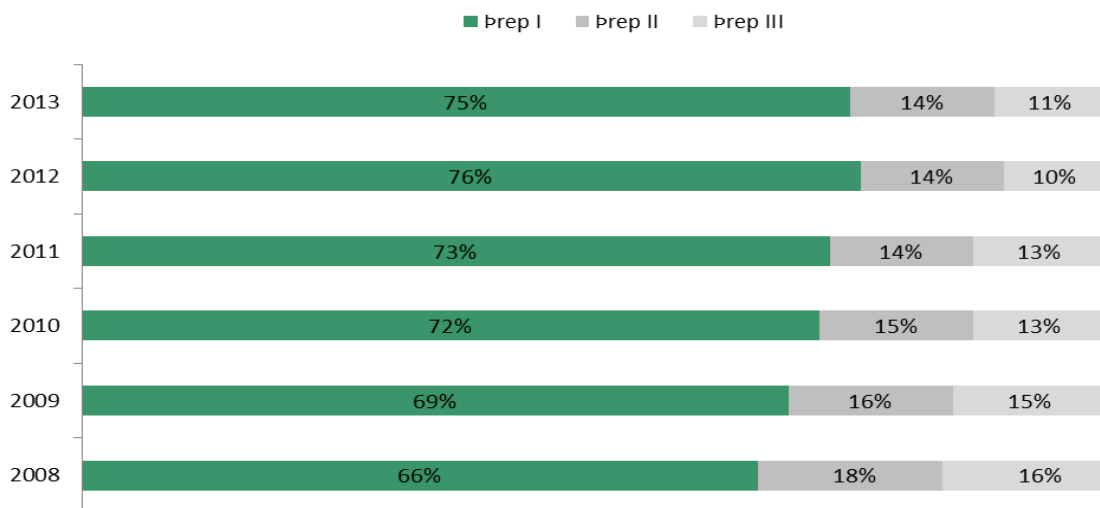
Alls tóku 1.357 nemendur þátt í stærðfræðiskimuninni árið 2013. Í töflu 2 kemur m.a. fram fjöldi nemenda eftir skólum. Sá skóli sem hafði flesta þátttakendur var skóli 28 en 75 nemendur í skólanum tóku þátt. Fæstir þátttakendur komu úr skóla 35 en þar voru þeir 5.

Tafla 2. Fjöldi nemenda eftir skólum og hlutfall nemenda sem fór í gegnum hvert þrep.

| Skóli            | Heildarfjöldi | Hlutfall nemenda sem fór í gegnum þrep I | Hlutfall nemenda sem fór í gegnum þrep I-II | Hlutfall nemenda sem fór í gegnum þrep I-III |
|------------------|---------------|------------------------------------------|---------------------------------------------|----------------------------------------------|
| Skóli 1          | 47            | 94%                                      | 2%                                          | 4%                                           |
| Skóli 2          | 37            | 59%                                      | 24%                                         | 16%                                          |
| Skóli 3          | 45            | 80%                                      | 4%                                          | 16%                                          |
| Skóli 4          | 56            | 73%                                      | 11%                                         | 16%                                          |
| Skóli 5          | 29            | 66%                                      | 17%                                         | 17%                                          |
| Skóli 6          | 33            | 58%                                      | 27%                                         | 15%                                          |
| Skóli 7          | 26            | 88%                                      | 4%                                          | 8%                                           |
| Skóli 8          | 15            | 33%                                      | 27%                                         | 40%                                          |
| Skóli 9          | 55            | 78%                                      | 11%                                         | 11%                                          |
| Skóli 10         | 59            | 81%                                      | 7%                                          | 12%                                          |
| Skóli 11         | 43            | 91%                                      | 5%                                          | 5%                                           |
| Skóli 13         | 38            | 82%                                      | 11%                                         | 8%                                           |
| Skóli 14         | 46            | 72%                                      | 11%                                         | 17%                                          |
| Skóli 15         | 58            | 74%                                      | 10%                                         | 16%                                          |
| Skóli 16         | 36            | 53%                                      | 42%                                         | 6%                                           |
| Skóli 17         | 26            | 27%                                      | 46%                                         | 27%                                          |
| Skóli 18         | 36            | 42%                                      | 33%                                         | 25%                                          |
| Skóli 19         | 32            | 91%                                      | 9%                                          | 0%                                           |
| Skóli 20         | 20            | 85%                                      | 15%                                         | 0%                                           |
| Skóli 21         | 49            | 96%                                      | 2%                                          | 2%                                           |
| Skóli 22         | 39            | 74%                                      | 15%                                         | 10%                                          |
| Skóli 23         | 20            | 100%                                     | 0%                                          | 0%                                           |
| Skóli 24         | 36            | 58%                                      | 14%                                         | 28%                                          |
| Skóli 25         | 52            | 85%                                      | 8%                                          | 8%                                           |
| Skóli 26         | 44            | 80%                                      | 7%                                          | 14%                                          |
| Skóli 27         | 46            | 91%                                      | 7%                                          | 2%                                           |
| Skóli 28         | 75            | 84%                                      | 11%                                         | 5%                                           |
| Skóli 29         | 48            | 67%                                      | 15%                                         | 19%                                          |
| Skóli 30         | 56            | 21%                                      | 50%                                         | 29%                                          |
| Skóli 31         | 55            | 78%                                      | 22%                                         | 0%                                           |
| Skóli 33         | 35            | 91%                                      | 6%                                          | 3%                                           |
| Skóli 34         | 60            | 97%                                      | 3%                                          | 0%                                           |
| Skóli 35         | 5             | 100%                                     | 0%                                          | 0%                                           |
| <b>Reykjavík</b> | <b>1357</b>   | <b>75%</b>                               | <b>14%</b>                                  | <b>11%</b>                                   |

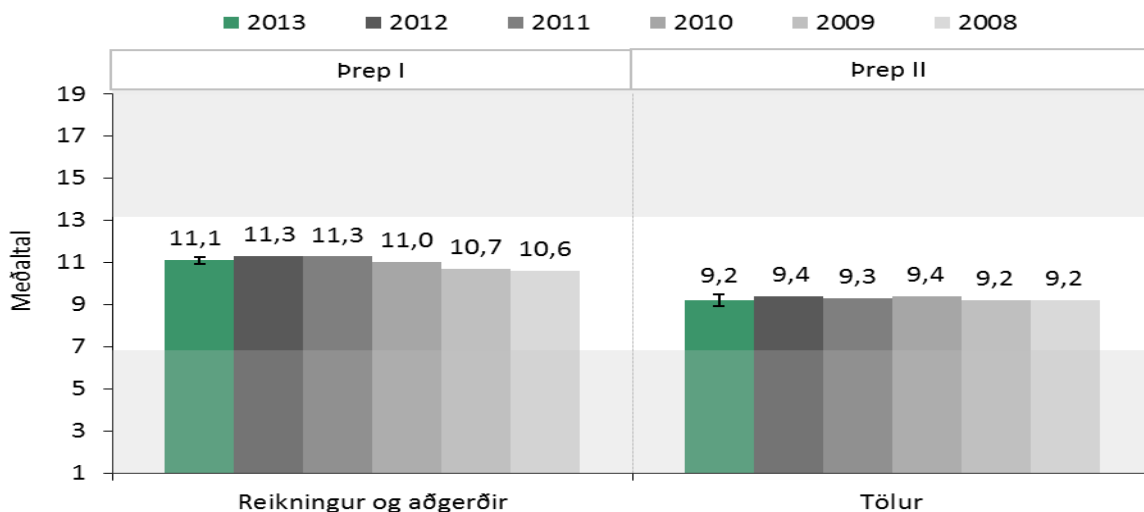
Tafla 2 sýnir einnig hve hátt hlutfall nemenda fór í gegnum hvert þrep eftir skólum. Í heildina fóru 75% nemenda eingöngu í gegnum þrep I, 14% fóru í gegnum þrep I og II og 11% fóru í gegnum öll þrepin þrjú.

Á mynd 2 má sjá þrepaskiptinguna fyrir árið 2013 og árin fimm þar á undan. Á tímabilinu 2008-2013 hafa einu sinni hlutfallslega fleiri en nú eingöngu farið í gegnum þrep I og var það árið 2012, en það ár var hlutfallið það hæsta í sögu skimunarinnar. Einu sinni á tímabilinu 2013-2008 hafa færri en nú farið í gegnum öll þrjú þrepin og var það einnig árið 2012.



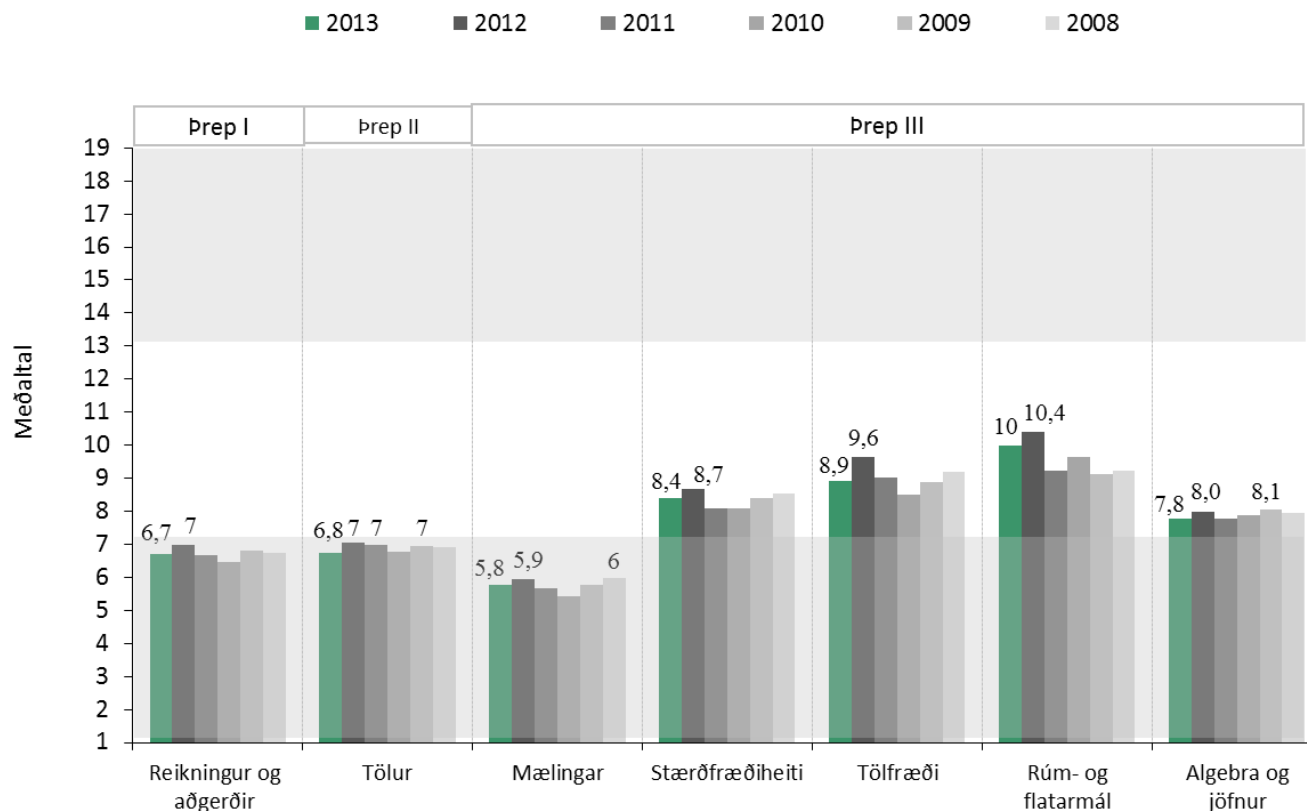
Mynd 2. Hlutfall nemenda eftir hversu mörg þrep þeir þurftu að fara í árin 2008-2013.

Á mynd 3 má sjá meðaltöl í fyrstu tveimur þrepunum á árunum 2013-2008. Í þrepi I sem allir nemendur fara í er meðaltalið 11,1 fyrir árið 2013 sem er 0,2 lægra en meðaltöl árunna 2012-2011 en hærra en meðaltölin á árunum 2010-2008. Í þrepi II, sem 25% hópsins fóru í gegnum, er meðaltalið 9,2 sem er lægsta meðaltalið síðan 2009.



Mynd 3. Meðaltöl í þrepi I og II árin 2008-2013.

Í þriðja þrepinu eru meðaltölín fyrir árið 2013 í öllum 7 prófþáttum lægri en árið 2012 en það ár voru meðaltölín með hæsta móti (mynd 4). Mest er lækkunin í *tölfræði* og næstmest er hún í *rúm – og flatarmáli*. Meðaltölín í öllum prófþáttunum sjö hjá fyrir nemendum sem fara í gegnum öll þrepin hafa hinsvegar á tímabilinu 2013-2008 oft verið lægri en nú.

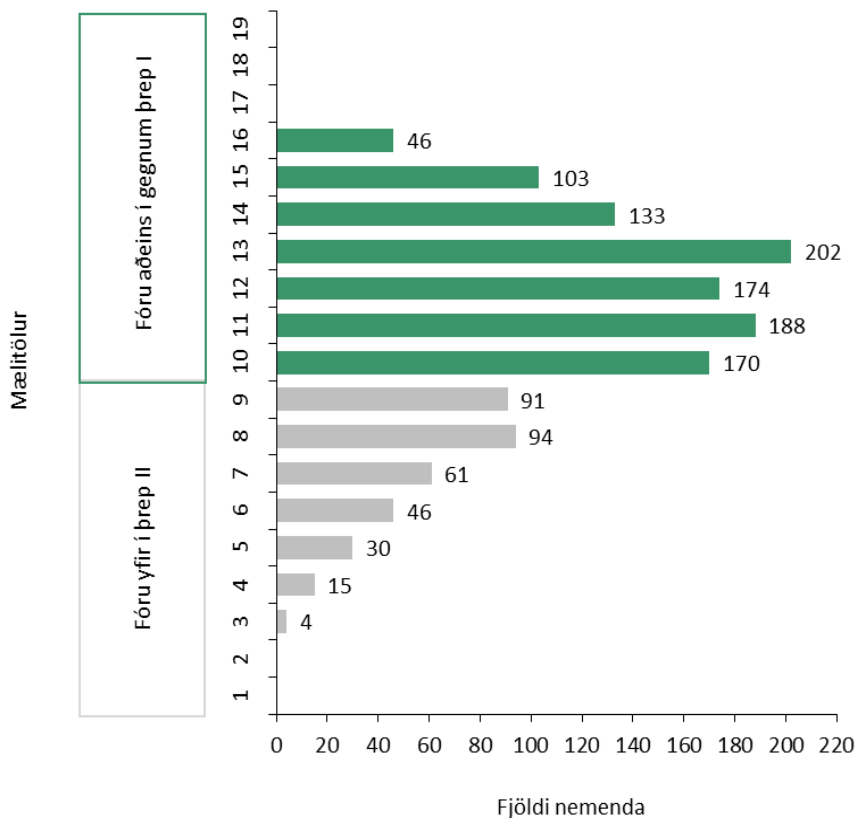


Mynd 4. Meðaltöl hóps 3 árin 2008-2013<sup>4</sup>.

<sup>4</sup> Á myndinni eru aðeins sýnd gildi fyrir árin 2013 og 2012 og hæstu gildin á tímabilinu 2013-2008.

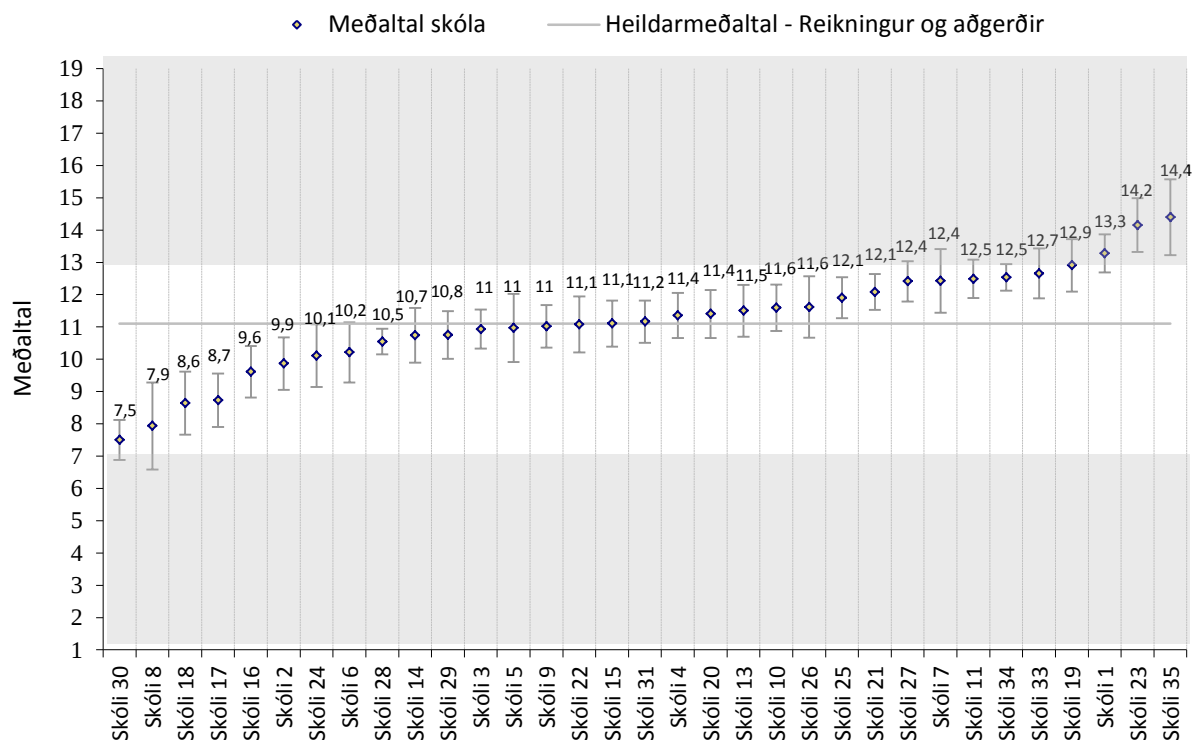
## Þrep I: Reikningur og aðgerðir

Allir nemendurnir fóru í gegnum þrep I, sem er prófþátturinn *reikningur og aðgerðir*. Á mynd 5 má sjá hvernig árangur nemenda dreifðist nú. Af öllum hópnum fá 1016 nemendur, eða 75%, mælitöluna 10 eða hærri. Þessir nemendur ná tilskildu viðmiði og þurftu því ekki að halda áfram í skimuninni. Þeir sem fá mælitöluna 9 eða lægri eru 341 eða 25%. Þessir nemendur héldu áfram yfir í þrep II. Haustið 2012 fengu 76% nemenda 10 eða hærri en 24% nemenda 9 eða lægra.



Mynd 5. Fjöldi nemenda eftir mælitölu í prófþættinum *reikningur og aðgerðir*.

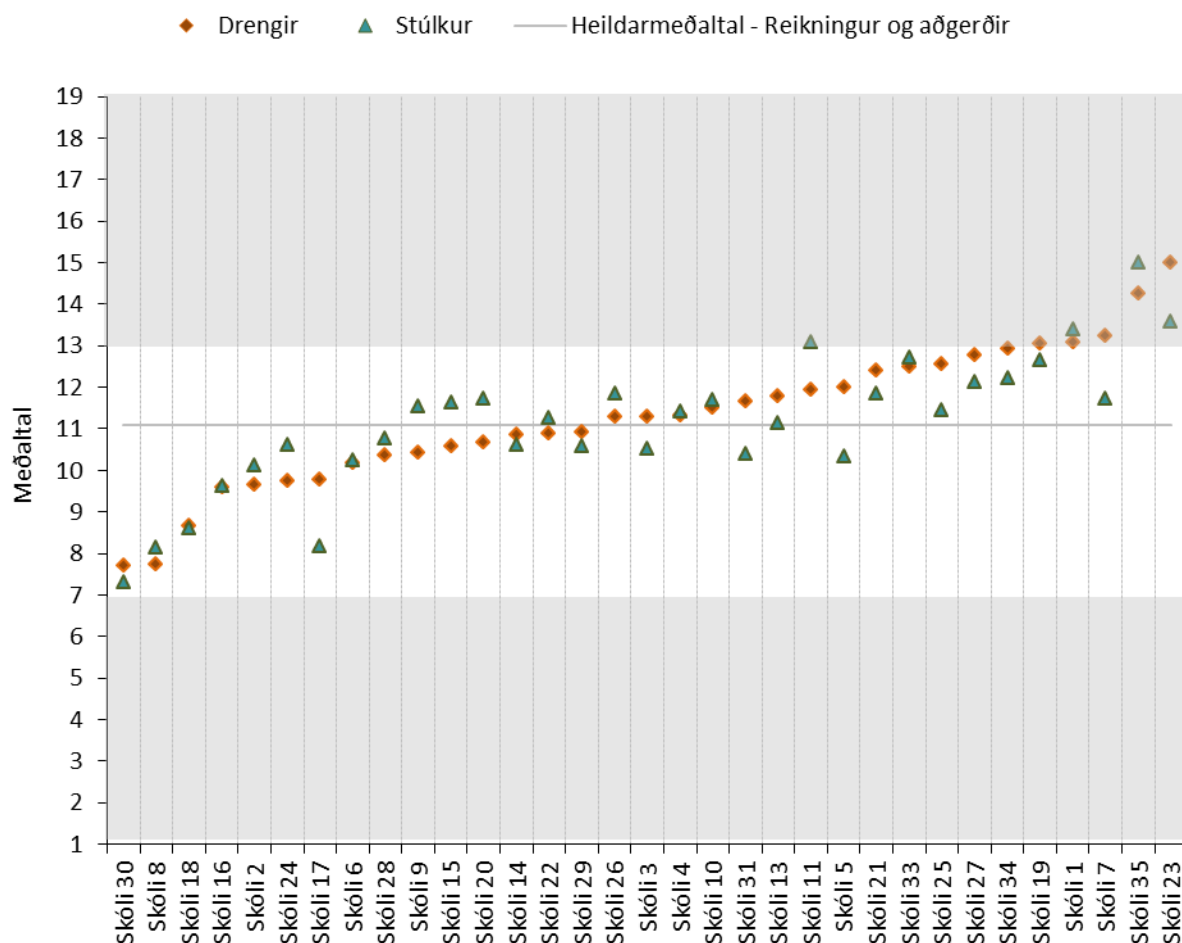
Mynd 6 sýnir meðaltöl hvers skóla fyrir sig í *reikningi og aðgerðum*. Hæsta meðaltalið er hjá skóla 35 en það er 14,4 (5 nemendur). Lægsta gildið er í skóla 30 en nemendur í þeim skóla eru með meðaltalið 7,5. Árið 2012 voru hæstu og lægstu meðaltöl 14,3 og 9,3. Munurinn á hæsta og lægsta gildi á milli einstakra skóla í prófpættinum hefur því aukist á milli ára.



**Mynd 6. Meðaltöl skóla í prófpættinum *reikningur og aðgerðir*.**

Þegar meðaltöl skólanna í *reikningi og aðgerðum* eru skoðuð með dreifigreiningu kemur í ljós að oft er marktækur munur á milli einstakra skóla. Skóli 23 er sá skóli sem oftast er með tölfræðilega marktækt betri niðurstöðu en aðrir skólar í prófpættinum og skóli 1 næst oftast.

Kynjaskiptingin í skimuninni árið 2013 er þannig að 682 drengir (50,3%) og 674 stúlkur (49,7%) tóku þátt<sup>5</sup>. Í *reikningi og aðgerðum* er meðaltal beggja kynja 11,1. Árið 2012 voru stúlkur með meðaltalið 11,4 og drengir 11,2. Á mynd 7 sést munur á meðaltölum kynjanna eftir skólum á árinu 2013. Þar sést að í skóla 23 er hæsta meðaltal drengja en í skóla 35 er hæsta meðaltal fyrir stúlkur (1 nemandi).

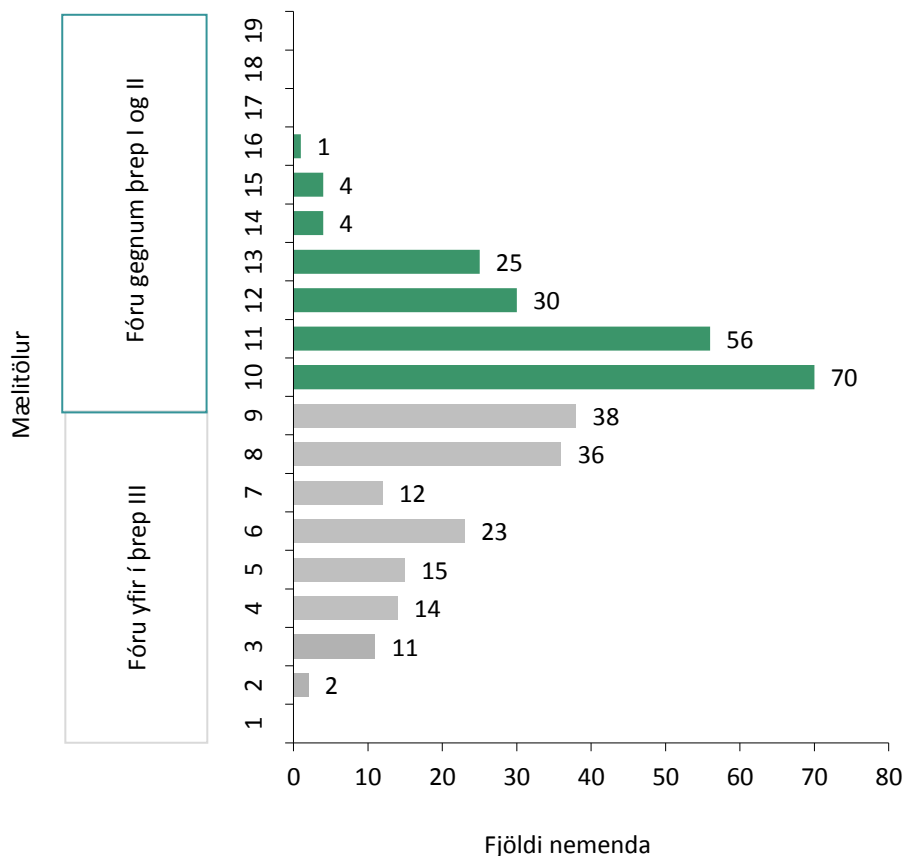


Mynd 7. Meðaltöl kynja í prófpættinum *reikningur og aðgerðir* eftir skólum.

<sup>5</sup> Hjá einum nemanda kom kyn ekki fram.

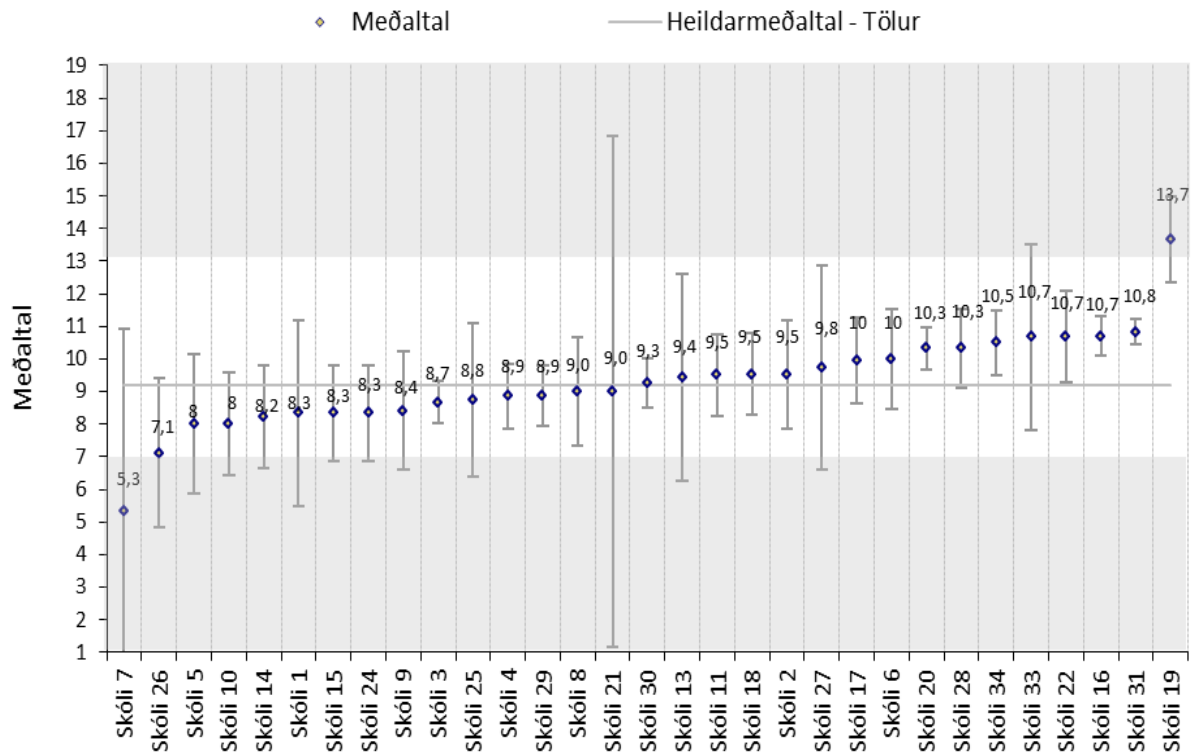
## Þrep II: Tölur

Í gegnum þrep II, sem er prófþátturinn *tölur*, fór 341 nemandi eða 25% af öllum þátttakendum. Á mynd 8 má sjá að af þessum hópi fá 190, eða um 56%, mælitöluna 10 eða hærra. Þetta er tveimur prósentustigum lægra hlutfall en árið 2012. Þessir nemendur ná settum viðmiðum í þrepi II og fóru ekki yfir í þrep III. Fjöldi nemenda sem fær mælitöluna 9 eða lægri er 151 eða um 44%. Þessi hópur fór yfir í þrep III.



Mynd 8. Fjöldi nemenda eftir mælitölu í prófþættinum *tölur*.

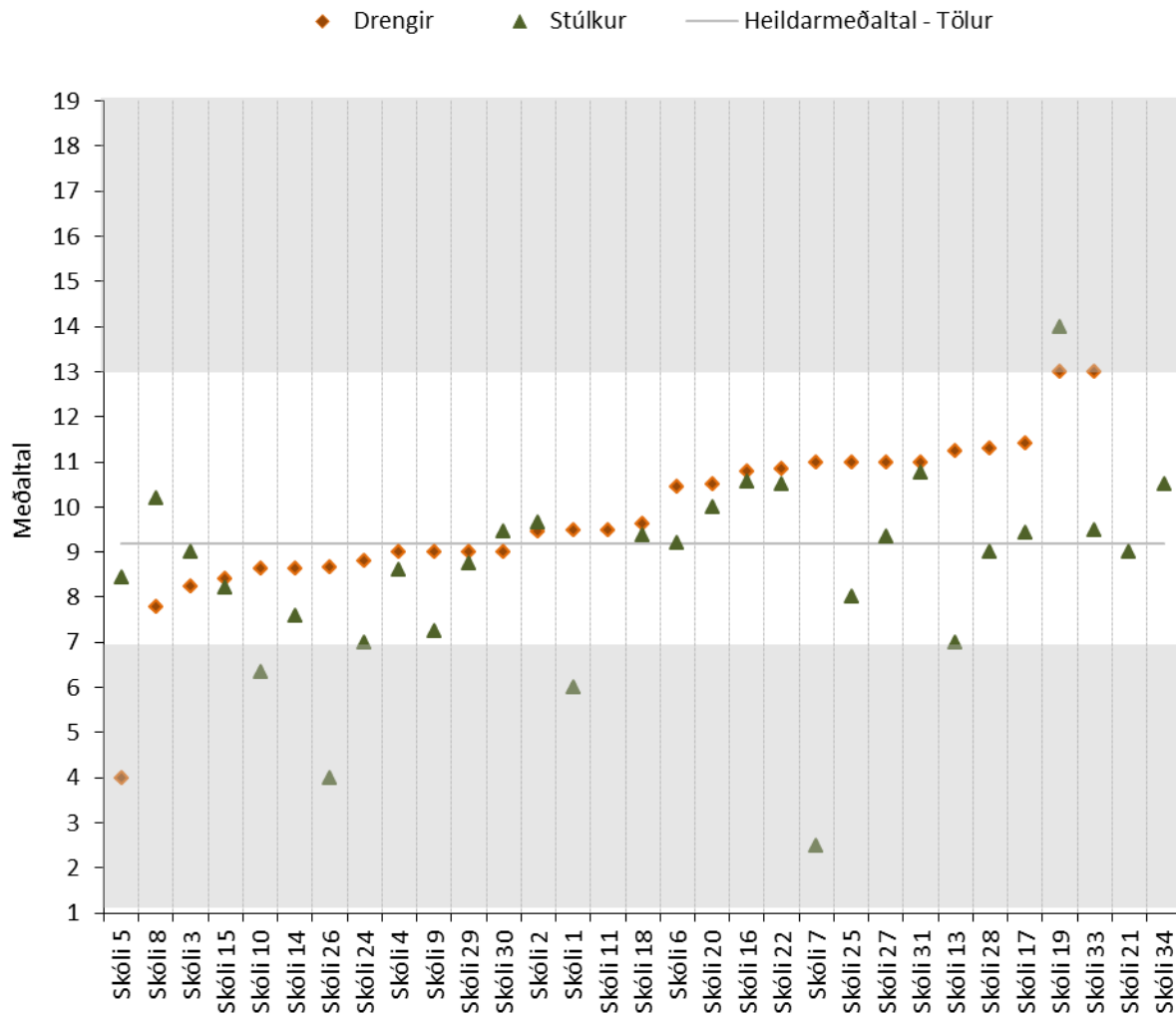
Í öllum skólunum nema tveimur fóru einhverjir nemendur í gegnum þrep II. Á mynd 9 má sjá muninn á meðaltölum skólanna í *tölum*. Hæsta meðaltalið er í skóla 19 en þar er það 13,7 (3 nemendur). Skóli 7 er með lægsta meðaltalið, 5,3 (3 nemendur). Mikilvægt er að hafa í huga að mun færri nemendur eru bakvið meðaltölin í *tölum* en í *reikningi og aðgerðum* og mjög sjaldan tölfræðilega marktækur munur á milli skóla.



Mynd 9. Meðaltöl skóla í prófpættinum *tölur*<sup>6</sup>.

<sup>6</sup> Í skólum 23 og 35 fóru engir nemendur yfir í þrep II.

Af drengjunum 682 sem þátt tóku í skimuninni héldu 177 áfram eða um 26% í þrep II. Af stúlkunum 674 héldu 148 áfram í þrep II eða 24%. Meðaltal drengja í *tölum* er 9,5 en stúlkna 9,0 en munurinn er ekki tölfræðilega marktækur. Árið 2012 voru drengir með meðaltalið 9,7 og stúlkur 9,1. Á mynd 10 má sjá mun á meðaltölum kynjanna í prófþættinum eftir skólum.

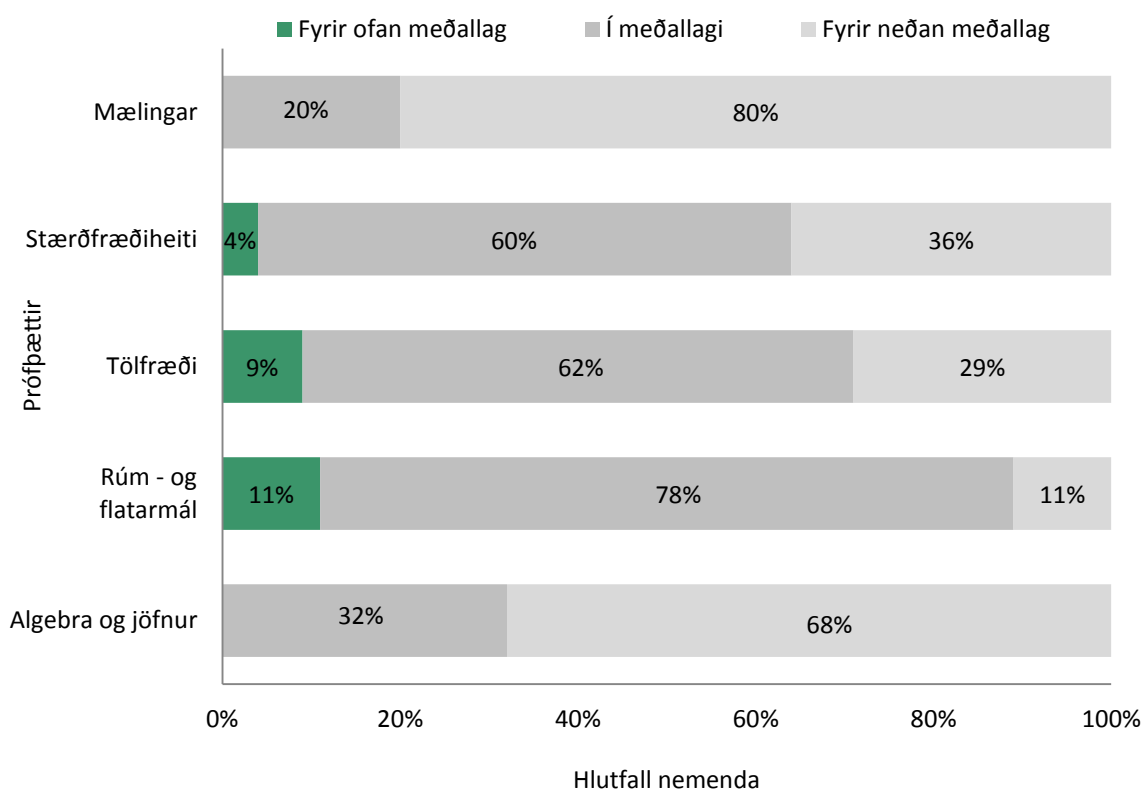


Mynd 10. Meðaltöl kynja í prófþættinum *tölur* eftir skólum<sup>7</sup>

<sup>7</sup> Engir nemendur í skólum 23 og 35 fóru í þrep II, engir drengir í skólum 21 og 34 og engar stúlkur í skóla 11.

### Þrep III: Mælingar, stærðfræðiheiti, tölfræði, rúm- og flatarmál, algebra og jöfnur.

Um 11% nemenda fóru í gegnum öll þrjú þrepin eða 151. Þrep III samanstendur af fimm prófþáttum. Á mynd 11 má sjá árangur nemenda eftir prófþáttum og hvort árangur þeirra er *fyrir ofan meðallag* (mælitölur 13-19), *í meðallagi* (mælitölur 8-12) eða *fyrir neðan meðallag* (mælitölur 0-7) samkvæmt stöðlun skimunarinnar. Prófbættirnir *rúm – og flatarmál* annarsvegar og *tölfræði* hinsvegar koma best út í þrepi III. Í *rúm – og flatarmáli* ná 11% hópsins árangri *fyrir ofan meðallag* og 78% ná árangri sem er *í meðallagi*. Í *tölfræði* ná 9% nemenda árangri sem er *fyrir ofan meðallag* og 62% ná árangri sem er *í meðallagi*. Eins og í fyrri skimunum koma *mælingar* lakast út en enginn nemendanna nú er með árangur *fyrir ofan meðallag* og 80% með árangur sem er *fyrir neðan meðallag*. Miðað við árið 2012 er árangurinn í heild lakari í öllum fimm þáttum þriðja þrepsins nú eins og áður hefur komið fram.



Mynd 11. Hlutfall nemenda í þrepi III eftir því hvort árangur þeirra er fyrir ofan meðallag, í meðallagi eða fyrir neðan meðallag.

Í öllum skólunum nema sex héldu einhverjir nemendur áfram í þrep III. Enginn tölfræðilega marktækur munur er á meðaltölum skólanna í prófþáttum þriðja þreps enda fáir einstaklingar bakvið meðaltölin.

Af heildarfjölda drengja í skimuninni fóru 77 eða 11% í þrep III. Sama á við um 74 stúlkur sem er einnig 11% af heildarfjölda þeirra. Árið 2012 fóru 11% drengja og 10% stúlkna í þrep III.

Í töflu 3 gefur að líta meðaltöl drengja og stúlkna í prófþáttum þriðja þreps. Þar sést að meðaltal drengja er herra en stúlkna í þremur prófþáttum en meðaltal stúlkna er herra í *tölfræði*. Munurinn er hinsvegar aldrei tölfræðilega marktækur.

**Tafla 3. Meðaltöl drengja og stúlkna í prófþáttum þriðja þreps árið 2012.**

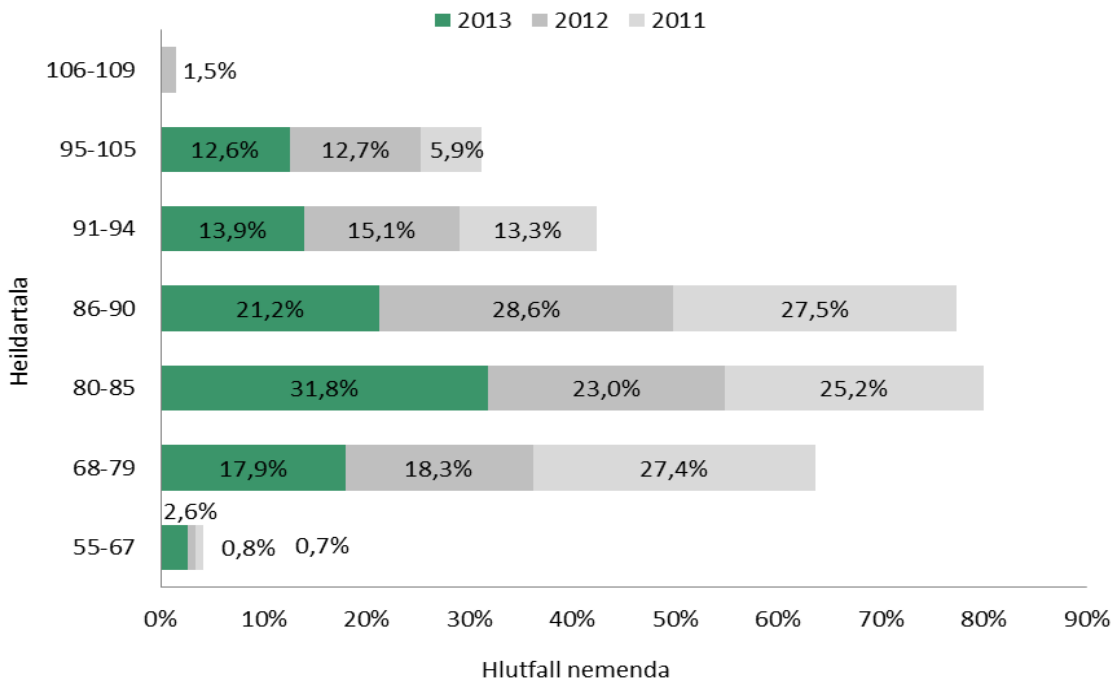
|                    | Drengir | Stúlkur |
|--------------------|---------|---------|
| Mælingar           | 5,9     | 5,6     |
| Stærðfræðiheiti    | 8,4     | 8,4     |
| Tölfræði           | 8,6     | 9,3     |
| Rúm - og flatarmál | 10,3    | 9,6     |
| Algebra og jöfnur  | 7,8     | 7,7     |

Á milli áranna 2013 og 2012 hafa meðaltöl drengja í þrepi III ýmist hækkað, staðið í stað eða lækkað en meðatlöl stúlkna hafa lækkað í öllum prófþáttum.

## Nemendur sem þurfa sérstakan stuðning

Fyrir þá nemendur sem fara í gegnum öll þrjú þrepin er reiknuð heildartala til að sjá hverjir eru líklegir til að þurfa sérstakan stuðning í stærðfræði. Miðað er við að nemendur sem fá **heildartöluna 85 eða lægri**, þurfi sérstakan stuðning. Eins og sjá má á mynd 12 eru samtals um 52% nemenda í þriðja þrepi undir viðmiðunarmörkunum, og þurfa því líklega sérstakan stuðning í stærðfræði. Haustið 2012 var hlutfallið 42% og 2011 var hlutfallið 53%. Því eru hlutfallslega fleiri nú sem þurfa sérstakan stuðning af þeim sem fara í gegnum öll þrjú þrepin, miðað við árið 2012 en ekki miðað við árið 2011.

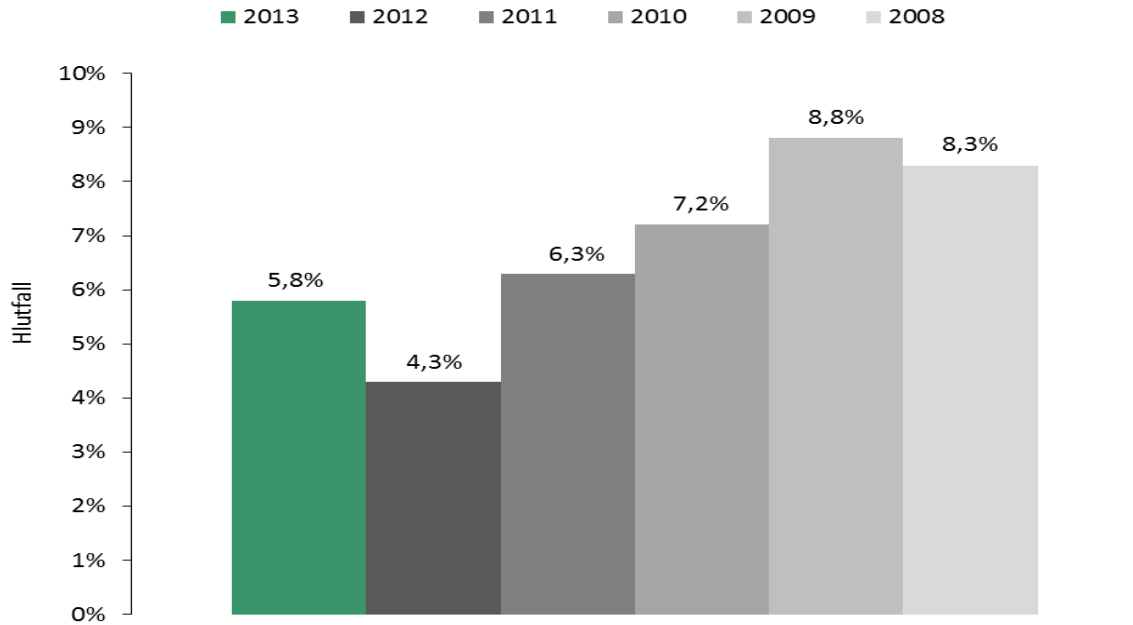
Samkvæmt stöðlun prófsins ætti um það bil helmingur hópsins sem fer í gegnum öll þrep skimunarinnar, að vera með 85 eða lægra í heildartölu. Það passar vel við niðurstöðu skimunarinnar nú.



Mynd 12. Hlutfall nemenda sem fóru í gegnum öll þrjú þrep skimunarinnar eftir heildartölu.

Fyrirnefnd 52% eða 79 nemendur af þeim 151 sem fóru í gegnum þrep III þurfa líklega sérstakan stuðning í stærðfræði samkvæmt ofangreindum viðmiðum. **Það eru 5,8% alls nemendahópsins sem tók þátt í skimuninni árið 2013.** Á mynd 13 sést að hlutfallið er 1,5 prósentustigum hærra en hlutfall ársins 2012 en lægra en hlutfallið árin fjögur þar á undan.

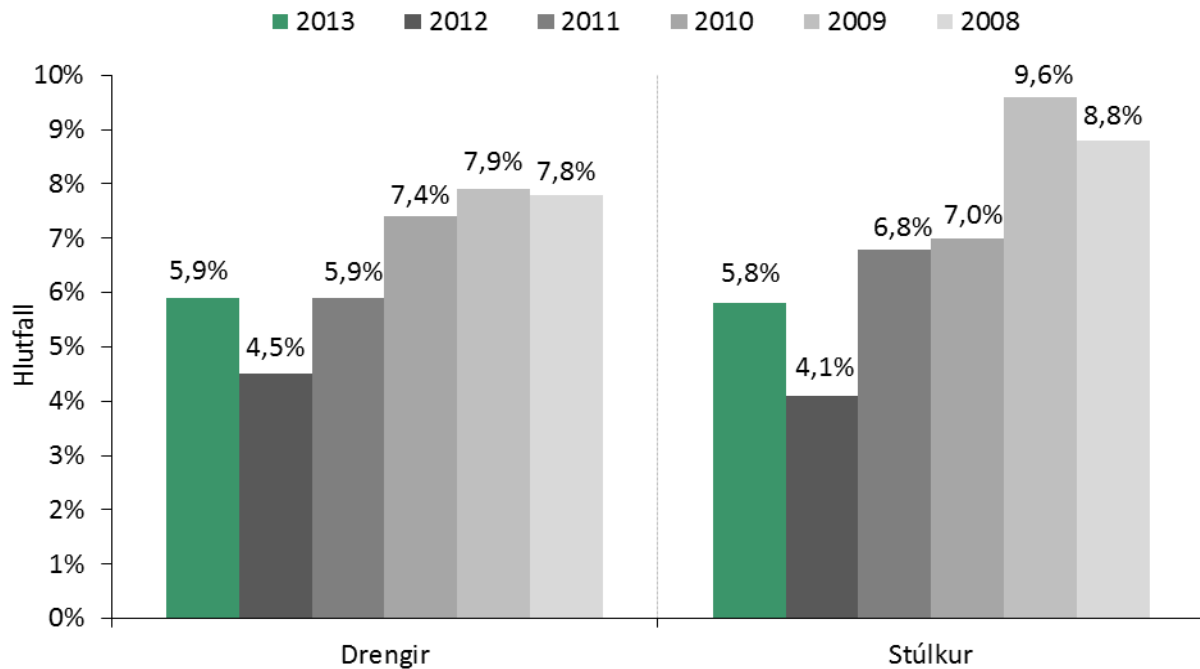
**Það eru því hlutfallslega fleiri sem þurfa líklega á sérstökum stuðningi að halda í stærðfræði árið 2013 miðað við árið 2012, en færri miðað við árin 2011-2008.**



**Mynd 13. Hlutfall nemenda árin 2013 – 2008, sem líklega þarf sérstakan stuðning í stærðfræði.**

Samkvæmt stöðlun prófsins ættu 12,6% af nemendahópnum að þurfa sérstakan stuðning í stærðfræði, en hlutföllin fyrir þessi sex ár eru töluvert lægri en það.

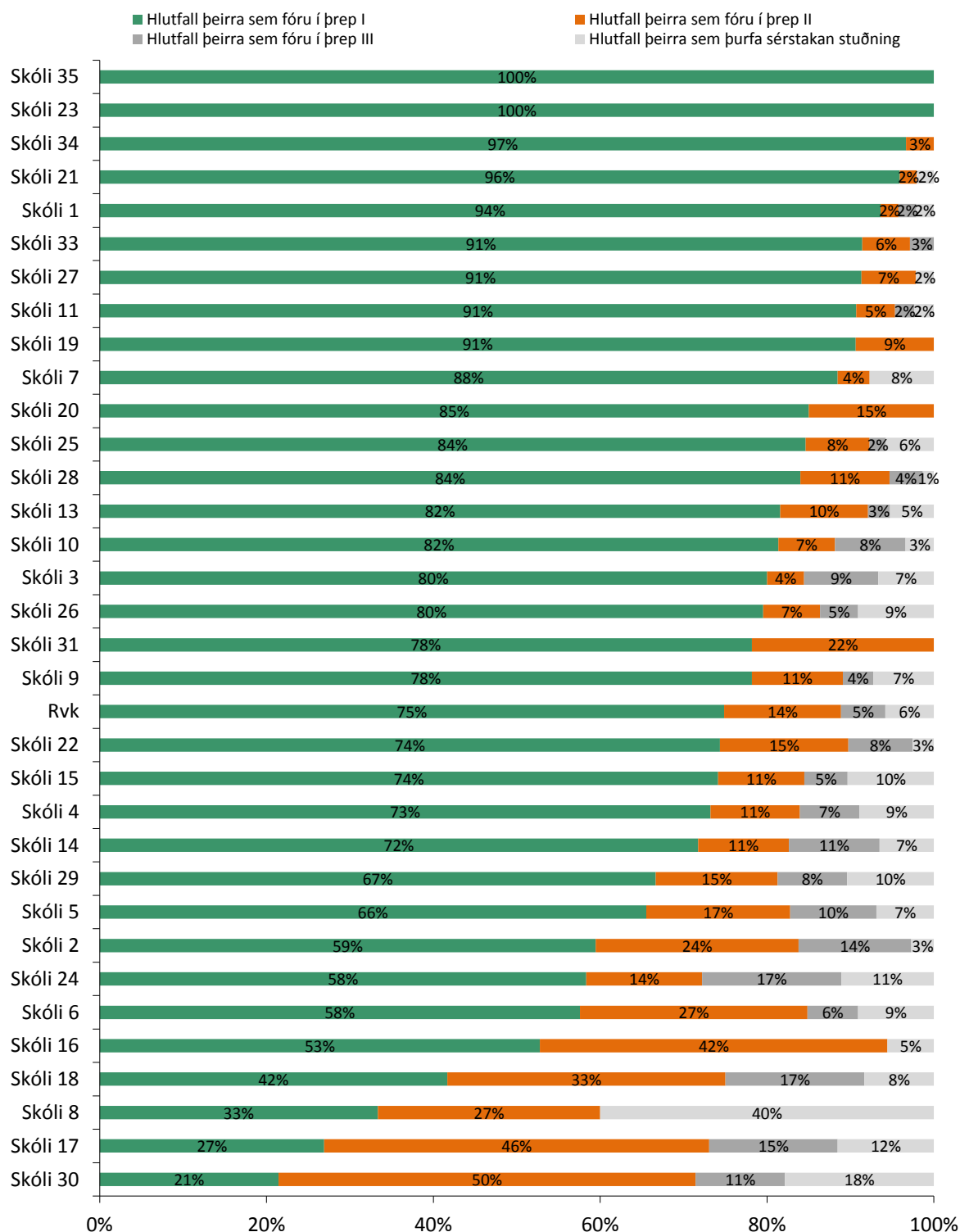
Af þeim 79 sem líklega þurfa nú á sérstökum stuðningi að halda eru 40 drengir og 39 stúlkur. Af heildarfjöldanum þýðir þetta að 5,9% drengja og 5,8% stúlkna þurfa líklega á sérstökum stuðningi í stærðfræði að halda. Á mynd 14 má sjá hlutföll kynjanna sem líklega þurfa á sérstökum stuðningi að halda á árunum 2013-2008. Þar sést að hlutföllin fyrir bæði kyn eru hærri árið 2013 en árið 2012 en lægri miðað við árin fjögur þar á undan.



**Mynd 14. Hlutfall nemenda eftir kynjum árin 2008 – 2013, sem líklega þarf sérstakan stuðning í stærðfræði.**

Meðaltal heildartalna fyrir árið 2013 er 84,8 sem er lægra en árið 2012 þegar það var 86,7, en herra en árin fjögur þar á undan.

Á mynd 15 sést eftir skólum, hversu margir nemendur fóru í gegnum hvert þrep og hversu hátt hlutfall nemenda er líklegur til að þurfa sérstakan stuðning í stærðfræði. Eins og áður sagði þurfa 5,8% á sérstökum stuðningi að halda samkvæmt niðurstöðum skimunarinnar, en munur er á skólum hvað þetta varðar. Í sjö skólum þurfa líklega engir á sérstökum stuðningi að halda en í skóla 8 þurfa 40% líklega á sérstökum stuðningi að halda. Aftur ber að hafa í huga að í mörgum skólanna er um fáa nemendur að ræða sem standa að baki prósentutölum í þriðja þrepi.



Mynd 15. Hlutfall nemenda eftir skólum og þrepum.

## Samantekt og nýting niðurstaðna

Um 89% nemenda í 3. bekk í 33 af 36 almennum og sjálfstætt starfandi grunnskólum Reykjavíkur tóku þátt í stærðfræðiskimun árið 2013 sem er næsthæsta hlutfall þátttakenda í sögu skimunarinnar í Reykjavík. Þátttakendur voru 1.357 sem er mesti fjöldi frá upphafi.

Um 75% nemenda náðu settu viðmiði í þrepi I og eru því ólíklegir til að þurfa á sérstökum stuðningi í stærðfræði að halda. Aðeins árið 2012 hafa færri eingöngu þurft að fara í gegnum þrep I. Um 14% nemenda náðu settu viðmiði í þrepi II og teljast því ekki í mikilli áhættu hvað varðar námsörðugleika í stærðfræði.

Um 11% nemenda fór í gegnum þrep III og er hlutfallið það næstlægsta á tímabilinu 2008-2013. Rúmlega helmingur hópsins sem fór í þrep III telst þurfa á sérstökum stuðningi að halda í stærðfræði. Þetta jafngildir 5,8% af nemendahópnum í heild sem tók þátt í skimuninni. Hlutfallið nú er hærra en það var árið 2012 en lægra en árin fjögur þar á undan. Rúm 94% nemenda í 3. bekk haustið 2013 teljast samkvæmt þessu því ólíklegir til að þurfa sérstakan stuðning í stærðfræði. Hlutfallslega þurfa nánast jafn margir drengir og stúlkur á sérstökum stuðningi í stærðfræði.

Í þrepi I sem allir nemendur fara í er meðaltalið haustið 2013 11,1 sem er lægra en meðaltöl áranna 2012 og 2011. Í þrepi II sem 25% hópsins fóru í gegnum er meðaltalið 9,2 sem er það lægsta síðan 2009. Kynin voru með sama meðaltal í þrepi I en drengir hærra meðaltal í þrepi II. Munurinn þar er þó ekki tölfraðilega marktækur.

Sá hópur sem fór í öll þrjú þrepin sýnir lakari árangur í öllum sjö prófþáttum á milli áranna 2013 og 2012. Útkoman nú er hinsvegar betri í mörgum tilvikum en niðurstöður alls tímabilsins 2008-2013. Um 11% drengja og stúlkna fóru í gegnum öll þrjú þrepin.

Hlutfall þeirra nemenda sem þurfa á sérstökum stuðningi að halda í stærðfræði er breytilegt milli skóla. Í sjö skólum þurfa engir á sérstökum stuðningi að halda samkvæmt skimunni en í einum skóla þurfa 40% nemenda í 3. bekk líklega á sérstökum stuðningi að halda.

Markmið skimunarinnar er að finna þá einstaklinga sem þurfa á sérstökum stuðningi að halda í stærðfræðinámi. Í kjölfar útgáfu þessarar heildarskýrslu fær hver grunnskóli senda skýrslu með niðurstöðum sinna nemenda. Æskilegt er að kennarar nýti þessar niðurstöður til að gera áætlun um stærðfræðikennslu út frá stöðu hvers nemanda og ákveða hvaða einstaklingar þurfa á sérstökum stuðningi í stærðfræði að halda. Þessir nemendur vinna eftir einstaklingsáætlun í stærðfræði þar sem tekið er tillit til veikra og sterkra þátta í stærðfræðilekkingu þeirra. Einnig er mikilvægt að nýta þær vísbendingar sem hér koma fram og í skýrslum einstakra skóla, um hvað hefur gefið góða raun í stærðfræðikennslu og hvað þarfnast úrbóta.

Niðurstöðurnar er bæði hægt að nýta til að breyta áherslum í kennslu heilla bekkja og ekki síður til að styðja einstaka nemendur. Ef niðurstöður gefa til kynna að skilning vantí á einhverjum grunnhugtökum stærðfræðinnar er hægt að grípa strax inn í til að nemendur geti náð árangri.

Þessar niðurstöður má ekki síður nýta við heildarskipulag stærðfræðináms, s.s. með sjálfstæðum verkefnum sem höfða til áhugasviðs og getu einstakra einstaklinga. Einnig með tímabundinni

getuskiptingu hópa þar sem nemendur vinna markvisst að þjálfun ákveðinna atriða og þátta stærðfræðinnar. Í stærðfræðináminu sem og öðru námi ætti að hafa að leiðarljósi einstaklingsmiðað nám og samvinnu nemenda. Einnig ætti að nýta fjölbreyttar námsleiðir til að koma sem best til móts við veikar og sterkar hliðar einstakra nemenda í samræmi við einstaklingsáætlun sem þeir móta í samstarfi við kennara og foreldra.

## Heimildaskrá

*Aðalnámskrá grunnskóla, greinasvið* (2013). Reykjavík: Menntamálaráðuneytið.

Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnelsson (1998a). *Talnalykill. Mælitölur, vikmörk og matsreglur fyrir hóppróf*. Reykjavík: Rannsóknastofnun uppeldis- og menntamála.

Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnelsson (1998b). *Talnalykill. Staðal- og markbundið próf í stærðfræði handa 1.-7. bekk. Handbók*. Reykjavík: Rannsóknastofnun uppeldis- og menntamála.

*Starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík 2004*. Reykjavík: Fræðslumiðstöð Reykjavíkur.

[www.namsmat.is](http://www.namsmat.is). Námsmatsstofnun.