Reykjavíkurborg
Skóla- og frístundasvið

# Talnalykill 2017

## Niðurstöður úr stærðfræðiskimun í 3.bekk í grunnskólum Reykjavíkur

apríl 2018

Aðalbjörg Dísa Guðjónsdóttir
Ásgeir Björgvinsson
Guðrún Edda Bentsdóttir

# Stærðfræðiskimun

-3. bekkur nóvember 2017-

Aðalbjörg Dísa Guðjónsdóttir
Ásgeir Björgvinsson
Guðrún Edda Bentsdóttir

Skóla – og frístundasvið Reykjavíkur
Apríl 2018

Efnisyfirlit

EFNISYFIRLIT 2

TÖFLUR OG MYNDIR 3

INNGANGUR 4

AÐFERÐ 4

**ÞÁTTTAKA 4**
**TÆKI 5**
**FRAMKVÆMD 5**
**ÚRVINNSLA 6**

NIÐURSTÖÐUR 7

**HELSTU HLUTFÖLL 7**
**ÞREP I: REIKNINGUR OG AÐGERÐIR 9**
**ÞREP II: TÖLUR 10**
**NEMENDUR SEM ÞURFA SÉRSTAKAN STUÐNING 11**

SAMANTEKT OG NÝTING NIÐURSTAÐNA 14

HEIMILDASKRÁ 15

VIÐAUKI – NIÐURSTÖÐUR EFTIR SKÓLUM 16

## Töflur og myndir

Mynd 1. Hlutfall nemenda sem tók þátt í stærðfræðiskimun af heildarfjölda í 3. bekk árin 2012-2017. . 5

Tafla 1. Prófþættir, tegund fyrirlagnar og nemendahópur sem fer í hvert þrep..... 6

Mynd 2. Hlutfall nemenda eftir þrepum árin 2012-2017. ..... 7

Mynd 3. Meðaltöl í þrepi I og II árin 2012-2017. ..... 8

Mynd 4. Meðaltöl hóps 3 árin 2012-2017. ..... 8

Mynd 5. Fjöldi nemenda eftir mælitölu í prófþættinum *reikningur og aðgerðir.* ..... 9

Mynd 6. Fjöldi nemenda eftir mælitölu í prófþættinum *tölur.* ..... 10

Tafla 2. Meðaltöl drengja og stúlkna í prófþáttum þriðja þreps árið 2017. ..... 11

Mynd 7. Hlutfall nemenda árin 2012-2017 sem fór í gegnum öll þrjú þrep skimunarinnar eftir því hvort þeir þurfa líklega á sérstökum stuðningi að halda eða ekki. ..... 12

Mynd 8. Hlutfall nemenda eftir hversu mörg þrep þeir þurftu að fara í og hvort þeir þurftu líklega á stuðningi að halda, árin 2012-2017. ..... 12

Mynd 9. Hlutfall nemenda árin 2012 – 2017, sem líklega þurfa sérstakan stuðning í stærðfræði. ..... 13

## Inngangur

Í *Starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík* fyrir árið 2004 var það markmið sett að staða nemenda í stærðfræði í 3. bekk yrði metin með skimun og hefur það verið gert árlega frá þeim tíma. Skimunarpróf eru notuð í því skyni að afmarka þann hóp nemenda sem þarfnast aðstoðar á tilteknu námssviði eða námsgrein. Almennt er talið árangursríkast að finna nemendur sem eiga í vandræðum í stærðfræði snemma á námsferlinum, til að unnt sé að bregðast við með sérstökum stuðningi áður en vandinn verður meiri. Niðurstöður skimunarinnar móta viðmið sem notuð eru til að veita nemanda sérstakan stuðning í stærðfræði.

Skimunarprófið *Talnalykill* er staðlað og er það líklega eina tækið hérlendis þar sem skimunaraðferð hefur verið þróuð sérstaklega og eiginleikar hennar og árangur rannsakaðir. Talnalykill tekur ekki mið af ákveðnu námsefni í stærðfræði. Fjögur aðalmarkmið prófsins eru að gefa kost á: a) samanburði við aðra nemendur, b) samanburði á kunnáttusviðum fyrir einstaka nemendur, c) greiningu á þeirri sérstöku færni sem einstakir nemendur hafa eða skortir og birtist í frammistöðu á einstökum verkefnum og d) leit að slökum nemendum.

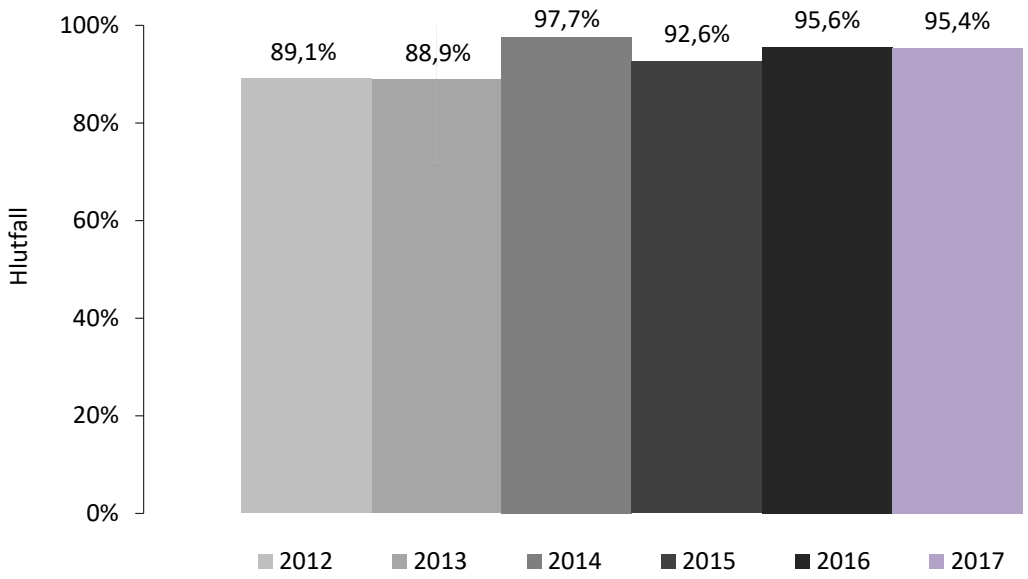
Skimunarprófið var fyrst lagt fyrir í grunnskólum í Reykjavík í nóvember 2003. Fræðsluyfirvöld hafa hvatt alla skóla í Reykjavík með 3. bekk til þátttöku í skimuninni. Þess er vænst að kennarar geti nýtt sér niðurstöður skimunarinnar til að móta sér stefnu fram í tímann fyrir þá nemendur sem líklegir eru til að eiga í erfiðleikum með nám í stærðfræði.

## Aðferð

**Þátttaka**

Öllum almennum og sjálfstætt starfandi grunnskólum í Reykjavík var boðin þátttaka í stærðfræðiskimuninni Talnalykill í nóvember 2017. Alls tóku 34 skólar þátt í skimuninni af þeim 36 skólum sem hafa 3. bekk. Af þessum 34 skólum sem þátt tóku er 31 almennur og 3 sjálfstætt starfandi. Allir almennu skólarnir með 3. bekk tóku þátt að þessu sinni.

Rúm 95% nemenda í 3. bekk í Reykjavík tóku þátt í stærðfræðiskimuninni 2017 og er hlutfallið það þriðja mesta í sögu skimunarinnar í Reykjavík. Hlutfall þátttakenda í skimuninni árin 2012-2017 má sjá á mynd 1. Samanlagður fjöldi nemenda er þátt tók árið 2017 var 1.563 sem er sá mesti frá upphafi.




**Mynd 1. Hlutfall nemenda sem tók þátt í stærðfræðiskimun af heildarfjölda í 3. bekk árin 2012-2017.**

**Tæki**

Skimunarprófið *Talnalykill* er notað til að meta kunnáttu nemenda í stærðfræði (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998a). Skimunin fer fram í þremur þrepum. Í þrepi I er prófþátturinn r*eikningur og aðgerðir* lagður fyrir, í þrepi II er prófþátturinn *tölur* lagður fyrir, í þrepi III eru fimm prófþættir lagðir fyrir eða *mælingar*, s*tærðfræðiheiti*, *tölfræði*, *rúm- og flatarmál*, og *algebra og jöfnur* (tafla 1). Fyrirlögnin er mismunandi eftir prófþáttum. Þrír prófþættir eru lagðir fyrir í hópprófi, *reikningur og aðgerðir*, *rúm- og flatarmál* og *algebra og jöfnur*, en hinir fimm þættirnir eru lagðir fyrir í einstaklingsprófi. Hópprófin má leggja fyrir heila bekki í einu, lítinn hóp nemenda eða jafnvel einstaka nemendur þar sem þeir sitja einir við borð og vinna sjálfstætt. Einstaklingsprófin eru lögð fyrir einn nemanda í einu þar sem prófandi situr gegnt nemandanum og leggur fyrir hann verkefni. Nemandi skráir svör sín í þar til gert verkefnahefti (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998b).

Með hverjum prófþætti er metin tiltekin kunnátta og til samans mynda prófþættirnir sjö eina heildartölu sem er mælikvarði á almenna kunnáttu í stærðfræði. Hér er beitt þriggja þrepa skimun til að finna þá nemendur sem eiga við stærðfræðierfiðleika að stríða.

**Framkvæmd**

Prófunin fer þannig fram að prófþátturinn *reikningur og aðgerðir* er lagður fyrir alla nemendur í hópprófi. Þeir nemendur sem fá mælitöluna 9 eða lægri taka næsta prófþátt, *tölur* sem er einstaklingspróf. Þeir nemendur sem þar fá mælitöluna 9 eða lægri taka hina fimm prófþætti Talnalykils. Í töflu 1 má sjá prófþættina, hvernig fyrirlögn er í hverjum þeirra og hver nemendahópurinn er.

**Tafla 1. Prófþættir, tegund fyrirlagnar og nemendahópur sem fer í hvert þrep**

| Þrep | Prófþáttur | Fyrirlögn | Nemendahópur |
|---|---|---|---|
| I | Reikningur og aðgerðir | Hóppróf | Allir nemendur |
| II | Tölur | Einstaklingspróf | Nemendur með mælitöluna[1] 9 eða lægri í þrepi I |
| III | Mælingar | Einstaklingspróf | Nemendur með mælitöluna 9 eða lægri í þrepi II |
| III | Stærðfræðiheiti | Einstaklingspróf | |
| III | Tölfræði | Einstaklingspróf | |
| III | Rúm- og flatarmál | Hóppróf | |
| III | Algebra og jöfnur | Hóppróf | |

Prófþátturinn *reikningur og aðgerðir* er lagður fyrir í kennslustund undir stjórn bekkjarkennara og deildarstjóra sérkennslu. Einstaklingspróf eru í flestum skólum lögð fyrir af sérkennara í samstarfi við bekkjarkennara. Niðurstöður prófþátta fyrir hvern nemanda eru sendar til skrifstofu skóla- og frístundasviðs Reykjavíkurborgar án nafns nemanda.

## Úrvinnsla

Í þessari skýrslu er gerð grein fyrir niðurstöðum skólanna sem tóku þátt í stærðfræðiskimuninni haustið 2017 og samanburður gerður við skimanirnar árin 2012-2016. Unnið er úr niðurstöðum hvers skóla í einstökum prófþáttum. Stig hvers nemanda eru lögð saman í hverjum prófþætti fyrir sig, þeim breytt í mælitölur og meðaltöl skóla birt.

Fyrir þá nemendur sem tóku alla prófhlutana er reiknuð heildartala[2]. Nemandi sem er með heildartölu á milli 55 og 85 er líklegur til að þurfa sérstakan stuðning. Nemandi sem er með 86 í heildartölu og yfir ætti ekki að þurfa sérstakan stuðning, þótt alltaf séu einhver tilvik þar sem slíkt er nauðsynlegt.
Tölfræðileg greining í þessari stærðfræðiskimun byggist fyrst og fremst á samanburði meðaltala milli skóla og hvers skóla við heildarmeðaltal[3]. Dreifing mælitalna er sett upp í mynd í fyrstu tveimur prófþáttunum og sést þá normaldreifing mælitalna vel.

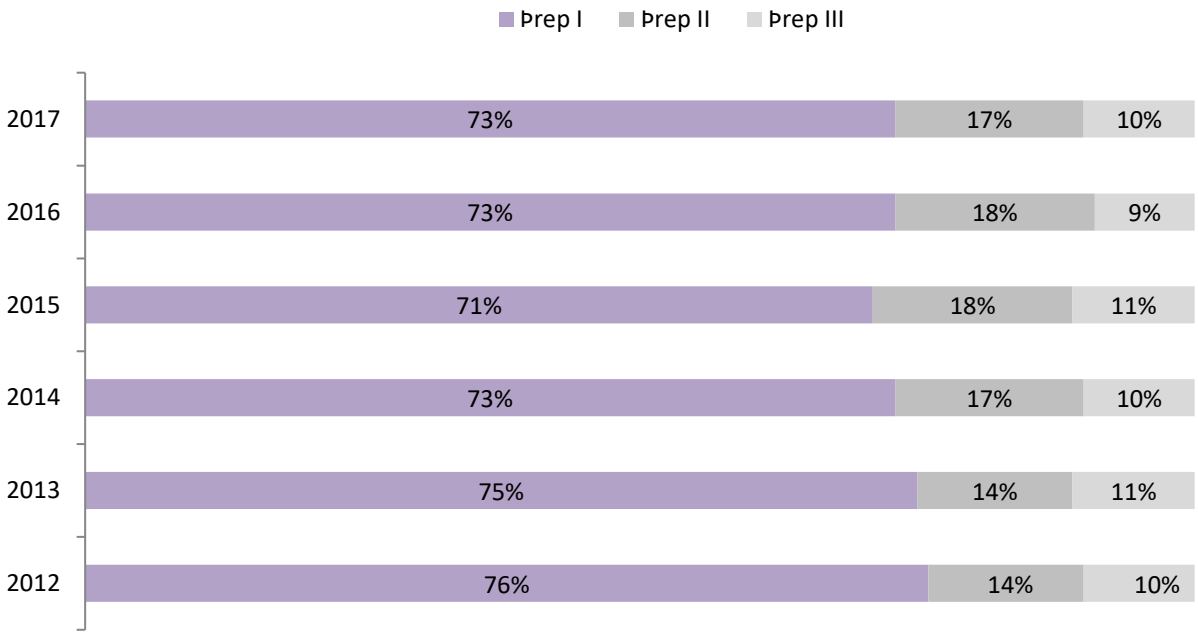
Lögð skal áhersla á að *reikningur og aðgerðir* er eini prófþátturinn sem allur nemendahópurinn tekur. Árangur í *tölum* verður að skoða með hliðsjón af því að þar er miðað við hópinn sem ekki nær viðmiðum í *reikningi og aðgerðum.* Þá verður að skoða árangur í öllum prófþáttum þriðja þreps með hliðsjón af því að þar er miðað við hópinn sem hvorki nær viðmiði í *reikningi og aðgerðum* né í *tölum.*

[1] Prófstigum er breytt í mælitölur eftir stöðluðum töflum. Mælitölur prófþátta eru normaldreifðar og eru á bilinu 1-19 þar sem 10 er meðaltal og staðalfrávik er 3. Þetta þýðir að fyrir hvern prófþátt ættu um 2/3 hlutar nemenda að fá mælitölu á bilinu 7 til 13 (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998b).
[2] Til að finna heildartölu eru mælitölur allra prófþátta lagðar saman og summunni breytt í heildartölu samkvæmt stöðlun höfunda. Heildartalan er normaldreifð þar sem meðaltal er 100 og staðalfrávik er 15. Þetta þýðir að um 2/3 nemenda sem fer í þriðja þrep, ætti að vera með heildartölu á bilinu 85 til 115 (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998b).
[3] Munur á milli meðaltala kynjanna er skoðaður með dreifigreiningu (analysis of variance) til að athuga hvort marktækur munur sé á meðaltölum þeirra.

## Niðurstöður

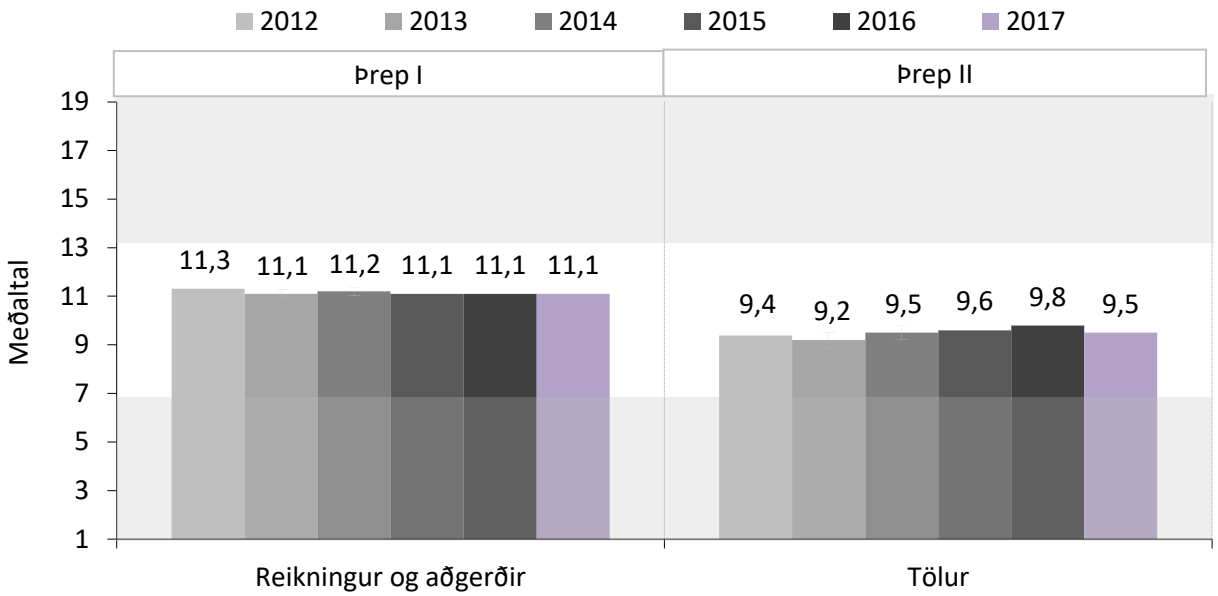
### Helstu hlutföll

Alls tóku 1.563 nemendur þátt í stærðfræðiskimuninni árið 2017. Í heildina fóru 73% nemenda eingöngu í gegnum þrep I, 17% fóru í gegnum þrep I og II og 10% fóru í gegnum öll þrepin þrjú. Á mynd 2 má sjá þessa þrepaskiptingu fyrir árið 2017 og árin fimm þar á undan. Þar sést að hlutfallið fyrir þá sem eingöngu fara í gegnum þrep I er jafnhátt hlutfallinu árið 2016 en hærra en hlutfallið árið 2015. Um 10% nemenda fóru í gegnum öll þrjú þrepin sem er álíka stór hópur og hefur farið í gegnum þrep III á undanförnum árum.



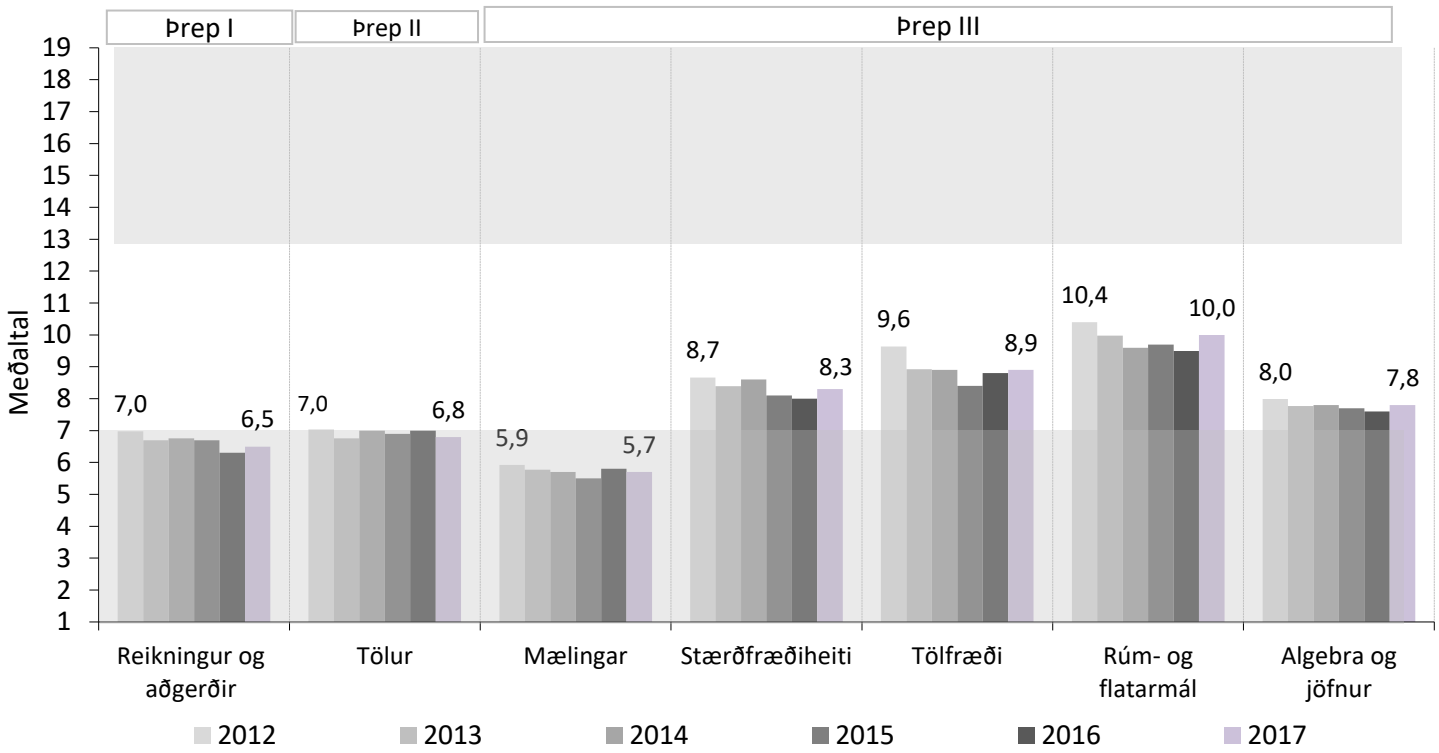

**Mynd 2. Hlutfall nemenda eftir þrepum árin 2012-2017.**

Á mynd 3 má sjá meðaltal niðurstaðna í fyrstu tveimur þrepunum á árunum 2012-2017. Í þrepi I sem allir nemendur fara í er meðaltalið 11,1 fyrir árið 2017 sem er sama meðaltal áranna tveggja á undan. Í þrepi II, sem alls 27% hópsins fóru í gegnum, er meðaltalið 9,5 sem er lægra en meðaltal seinustu tveggja ára.




**Mynd 3. Meðaltöl í þrepi I og II árin 2012-2017.**

Meðaltöl hópsins sem tekur öll þrjú þrepin á tímabilinu 2012-2017 má sjá á mynd. 4. Í þriðja þrepi eru 5 prófþættir. Miðað við árið 2015 eru meðaltöl hópsins sem fór í gegnum öll þrjú þrepin nú hærri í fimm prófþáttum en lægri í tveimur.

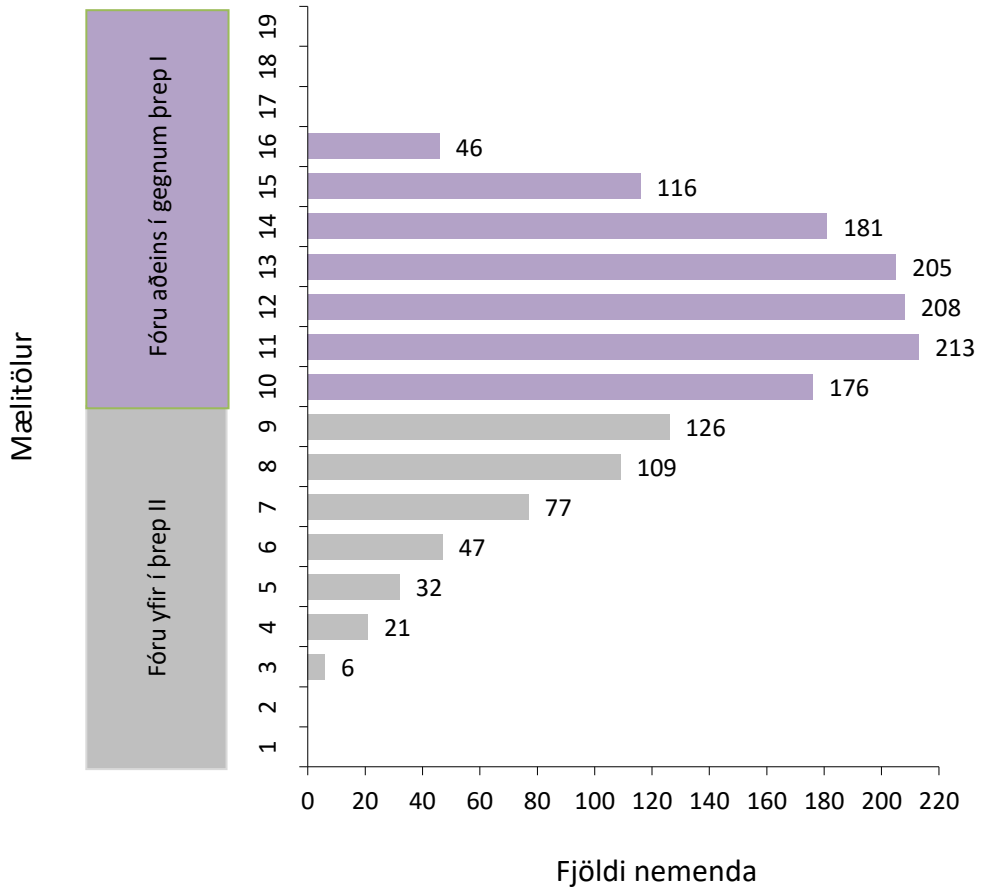



**Mynd 4. Meðaltöl hóps 3 árin 2012-2017[4].**

[4] Á myndinni eru aðeins sýnd gildi fyrir árið 2017 og hæstu gildin í hverjum prófþætti á tímabilinu 2010-2014.

**Þrep I: Reikningur og aðgerðir**

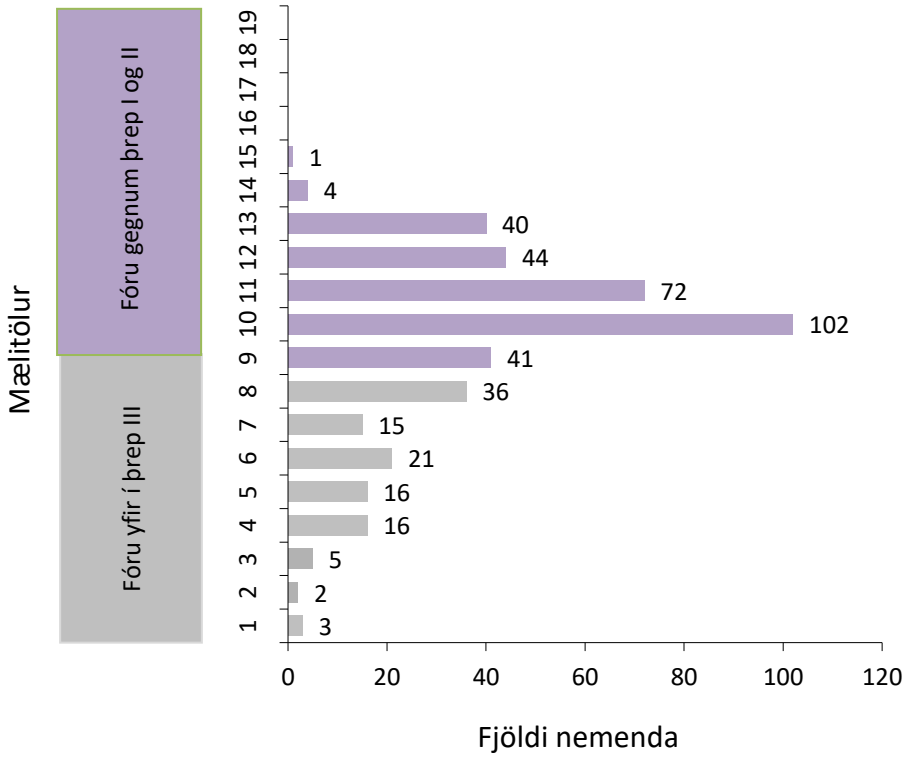
Allir nemendurnir fóru í gegnum þrep I, sem er prófþátturinn *reikningur og aðgerðir*. Á mynd 5 má sjá hvernig árangur nemenda dreifðist árið 2017. Af öllum hópnum fengu 1.145 nemendur, eða 73%, mælitöluna 10 eða hærri. Þessir nemendur náðu tilskildu viðmiði og þurftu því ekki að halda áfram í skimuninni. Þeir sem fengu mælitöluna 9 eða lægri eru 418 eða 27%. Þessir nemendur héldu áfram yfir í þrep II.




Kynjaskiptingin í skimuninni árið 2017 er þannig að 50,6% þátttakenda eru drengir og 49,4% stúlkur. Í *reikningi og aðgerðum* er meðaltal drengja 11,2 en stúlkna 11,1. Munurinn er ekki marktækur. Árið 2016 voru drengir með einnig með meðtalið 11,2 en stúlkur með meðaltalið 11,0.

**Þrep II: Tölur**

Í gegnum þrep II, sem er prófþátturinn *tölur,* fóru 418 nemendur. Á mynd 6 má sjá að af þessum hópi fá 263, eða um 63%, mælitöluna 10 eða hærra. Þetta er sama hlutfall og árið 2016. Þessir nemendur náðu settum viðmiðum í þrepi II og fóru ekki yfir í þrep III. Fjöldi nemenda sem fær mælitöluna 9 eða lægri er 155 eða um 37%. Þessi hópur fór yfir í þrep III.




**Mynd 6. Fjöldi nemenda eftir mælitölu í prófþættinum *tölur.***

Um 27% drengja og stúlkna hélt áfram í þrep II. Meðaltal drengja í tölum er 9,8 en stúlkna 9,3. Munurinn er ekki marktækur.

**Þrep III: Mælingar, stærðfræðiheiti, tölfræði, rúm- og flatarmál, algebra og jöfnur.**

Eins og áður sagði fóru 155 nemendur í gegnum öll þrjú þrep skimunarinnar en það eru tæp 10% af öllum þátttakendum. Af heildarfjölda drengja í skimuninni fóru tæp 9% drengjanna í þrep III en rúm 11% stúlknanna. Í töflu 2 gefur að líta meðaltöl drengja og stúlkna í prófþáttum þriðja þreps. Þar sést að meðaltöl stúlkna eru hærri en drengja í þremur prófþáttum en í hinum eru meðaltölin jöfn. Munur milli kynjanna í mismunandi prófþáttum þriðja þreps, er aldrei tölfræðilega marktækur.

**Tafla 2. Meðaltöl drengja og stúlkna í prófþáttum þriðja þreps árið 2017.**

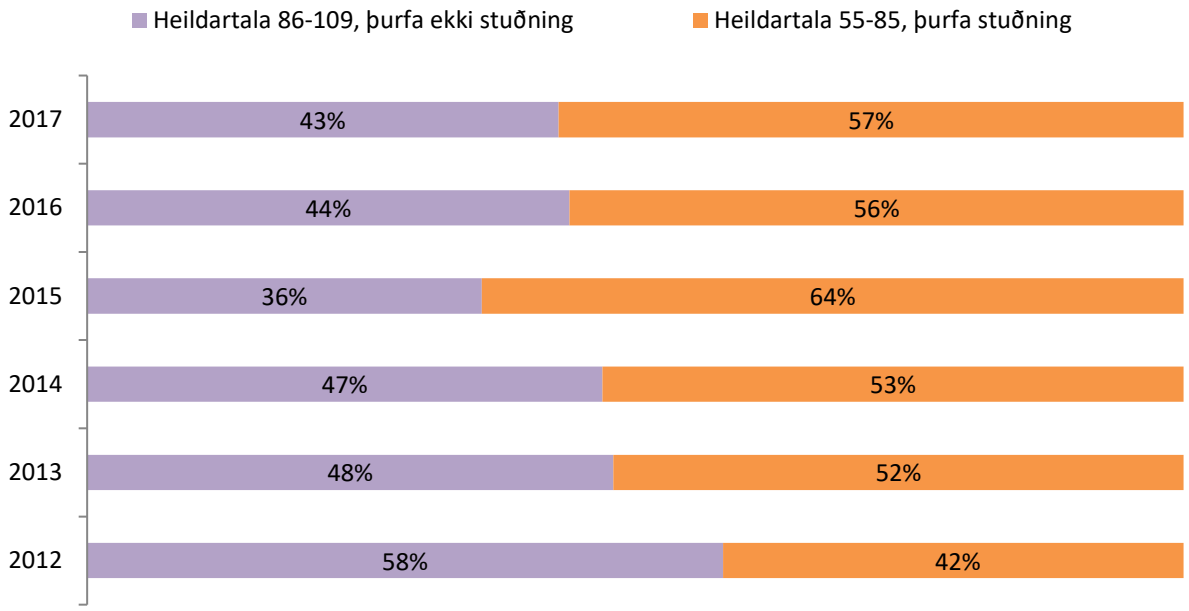
| | Mælingar | Stærðfræðiheiti | Tölfræði | Rúm- og flatarmál | Algebra og jöfnur |
|---|---|---|---|---|---|
| **Drengir** | 5,7 | 8,2 | 8,5 | 10,0 | 7,8 |
| **Stúlkur** | 5,7 | 8,5 | 9,1 | 10,1 | 7,8 |

**Nemendur sem þurfa sérstakan stuðning**

Fyrir þá nemendur sem fara í gegnum öll þrjú þrepin er reiknuð heildartala til að sjá hverjir eru líklegir til að þurfa sérstakan stuðning í stærðfræði. Miðað er við að nemendur sem fá **heildartöluna 85 eða lægri**, þurfi sérstakan stuðning.

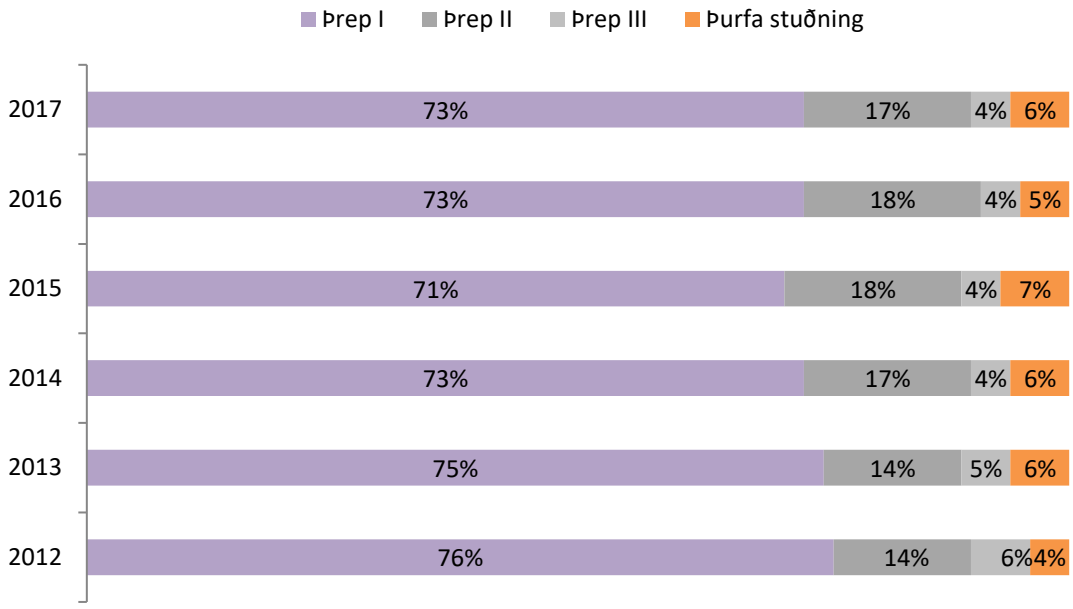
Á mynd 7 sést skipting nemenda sem fóru í þrep III, eftir því hvort þau eru með heildartölu á bilinu 86-109 og þurfa því líklega ekki á sérstökum stuðningi að halda eða hvort þau eru með heildartölu á bilinu 55-85 og þurfa því líklega á sérstökum stuðningi að halda. Árið 2017 þurfa samkvæmt skimuninni um 57% nemenda sem fóru í gegnum þrep III, líklega á sérstökum stuðningi í stærðfræði að halda. Þetta eru 89 nemendur.

Hlutfallið nú er u.þ.b. 1 prósentustigi hærra en haustið 2016 en þá var hlutfallið 56% en 7 prósentustigum lægra en það var árið 2015. Árið 2012 var hlutfall þeirra sem líklega þurfa á sérstökum stuðningi að halda aðeins 42% af þeim sem fóru í þrep III en það ár var sérlega gott í sögu skimunarinnar.



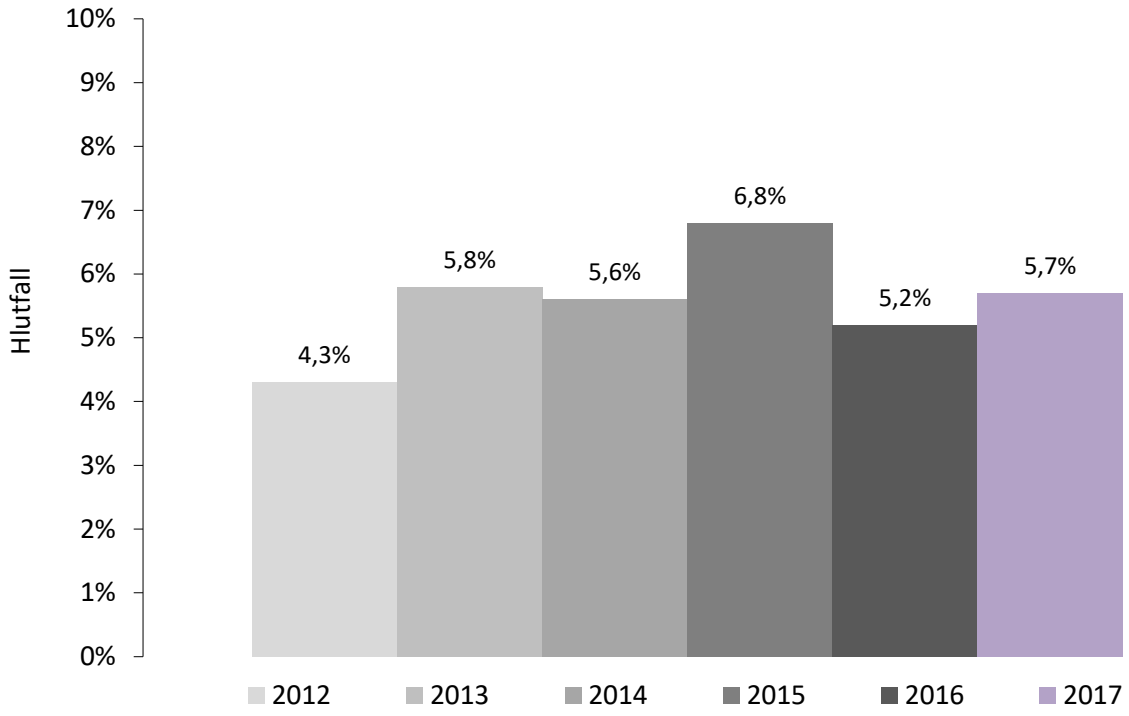

**Mynd 7. Hlutfall nemenda árin 2012-2017 sem fór í gegnum öll þrjú þrep skimunarinnar eftir því hvort þeir þurfa líklega á sérstökum stuðningi að halda eða ekki.**

Eins og áður sagði benda niðurstöður skimunarinnar nú til þess að 89 nemendur þurfi á sérstökum stuðningi í stærðfræði að halda. Það eru 5,7% alls nemendahópsins sem tók þátt árið 2017. Á mynd 8 má sjá niðurstöður skimunarinnar frá 2012 eftir þrepunum þremur þar sem þriðja þrepi hefur verið skipt í þá sem annarsvegar þurfa ekki stuðning og hinsvegar þá sem þurfa stuðning.




**Mynd 8. Hlutfall nemenda eftir hversu mörg þrep þeir þurftu að fara í og hvort þeir þurftu líklega á stuðningi að halda, árin 2012-2017.**

Á mynd 9 sést að hlutfall þeirra sem þurfa stuðning árið 2017 er hálfu prósentustigi hærra en hlutfall ársins 2016.




**Mynd 9. Hlutfall nemenda árin 2012 – 2017, sem líklega þurfa sérstakan stuðning í stærðfræði.**

Að tæp 6% þurfi líklega á sérstökum stuðningi að halda þýðir um leið að rúm 94% þátttakenda í skimuninni nú, virðast ekki þurfa á sérstökum stuðningi að halda. Jafnhátt hlutfall drengja og stúlkna þarf líklega á sérstökum stuðningi að halda skv. könnuninni, þ.e. 5,7%. Hlutfallið er u.þ.b. hálfu prósentustigi hærra í ár hjá báðum kynjum miðað við árið 2016.

## Samantekt og nýting niðurstaðna

Um 95% nemenda í 3. bekk í 34 af 36 almennum og sjálfstætt starfandi grunnskólum Reykjavíkur tóku þátt í stærðfræðiskimun árið 2017 sem er þriðja mesta þátttaka í sögu skimunarinnar í Reykjavík. Þátttakendur voru 1.563 sem er mesti fjöldi frá upphafi.

Um 73% nemenda náðu settu viðmiði í þrepi I og eru því ólíklegir til að þurfa á sérstökum stuðningi í stærðfræði að halda. Hlutfallið er jafnhátt hlutfallinu fyrir árið 2016 og hærra en hlutfallið var árið 2015. Um 17% nemenda náðu settu viðmiði í þrepi II og teljast því ekki heldur í mikilli áhættu hvað varðar námsörðugleika í stærðfræði. Drengir eru með hærra meðaltal en stúlkur í fyrstu tveimur þrepunum en munurinn er ekki tölfræðilega marktækur.

Um 10% nemenda fóru í gegnum öll þrjú þrepin sem er álíka stór hópur og hefur farið í gegnum þrep III á undanförnum árum. Um 57% þeirra sem fóru í þrep III teljast þurfa á sérstökum stuðningi að halda í stærðfræði. Þessi hópur jafngildir 5,7% af öllum nemendahópnum sem tók þátt í skimuninni. Rúm 94% þátttakenda í 3. bekk haustið 2017 teljast samkvæmt þessu ólíkleg til að þurfa sérstakan stuðning í stærðfræði. Hlutfallslega þurfa 5,7% drengja og stúlkna sérstakan stuðning í stærðfræði.

Markmið skimunarinnar er að finna þá einstaklinga sem þurfa á sérstökum stuðningi að halda í stærðfræðinámi. Í kjölfar útgáfu þessarar heildarskýrslu fær hver grunnskóli senda skýrslu með niðurstöðum sinna nemenda. Æskilegt er að kennarar nýti þessar niðurstöður til að gera áætlun um stærðfræðikennslu út frá stöðu hvers nemanda og ákveða hvaða einstaklingar þurfa á sérstökum stuðningi í stærðfræði að halda. Þessir nemendur vinni eftir einstaklingsáætlun í stærðfræði þar sem tekið er tillit til veikra og sterkra þátta í stærðfræðiþekkingu þeirra. Einnig er mikilvægt að nýta þær vísbendingar sem hér koma fram og í skýrslum einstakra skóla, um hvað hefur gefið góða raun í stærðfræðikennslu og hvað þarfnast úrbóta.

Niðurstöðurnar er bæði hægt að nýta til að breyta áherslum í kennslu heilla bekkja og ekki síður til að styðja einstaka nemendur. Ef niðurstöður gefa til kynna að skilning vanti á einhverjum grunnhugtökum stærðfræðinnar er hægt að grípa strax inn í til að nemendur geti náð árangri.

Þessar niðurstöður má ekki síður nýta við heildarskipulag stærðfræðináms, s.s. með sjálfstæðum verkefnum sem höfða til áhugasviðs og getu einstakra einstaklinga. Einnig með tímabundinni getuskiptingu hópa þar sem nemendur vinna markvisst að þjálfun ákveðinna atriða og þátta stærðfræðinnar. Í stærðfræðináminu sem og öðru námi ætti að hafa að leiðarljósi einstaklingsmiðað nám og samvinnu nemenda. Einnig ætti að nýta fjölbreyttar námsleiðir til að koma sem best til móts við veikar og sterkar hliðar einstakra nemenda í samræmi við einstaklingsáætlun sem þeir móta í samstarfi við kennara og foreldra.

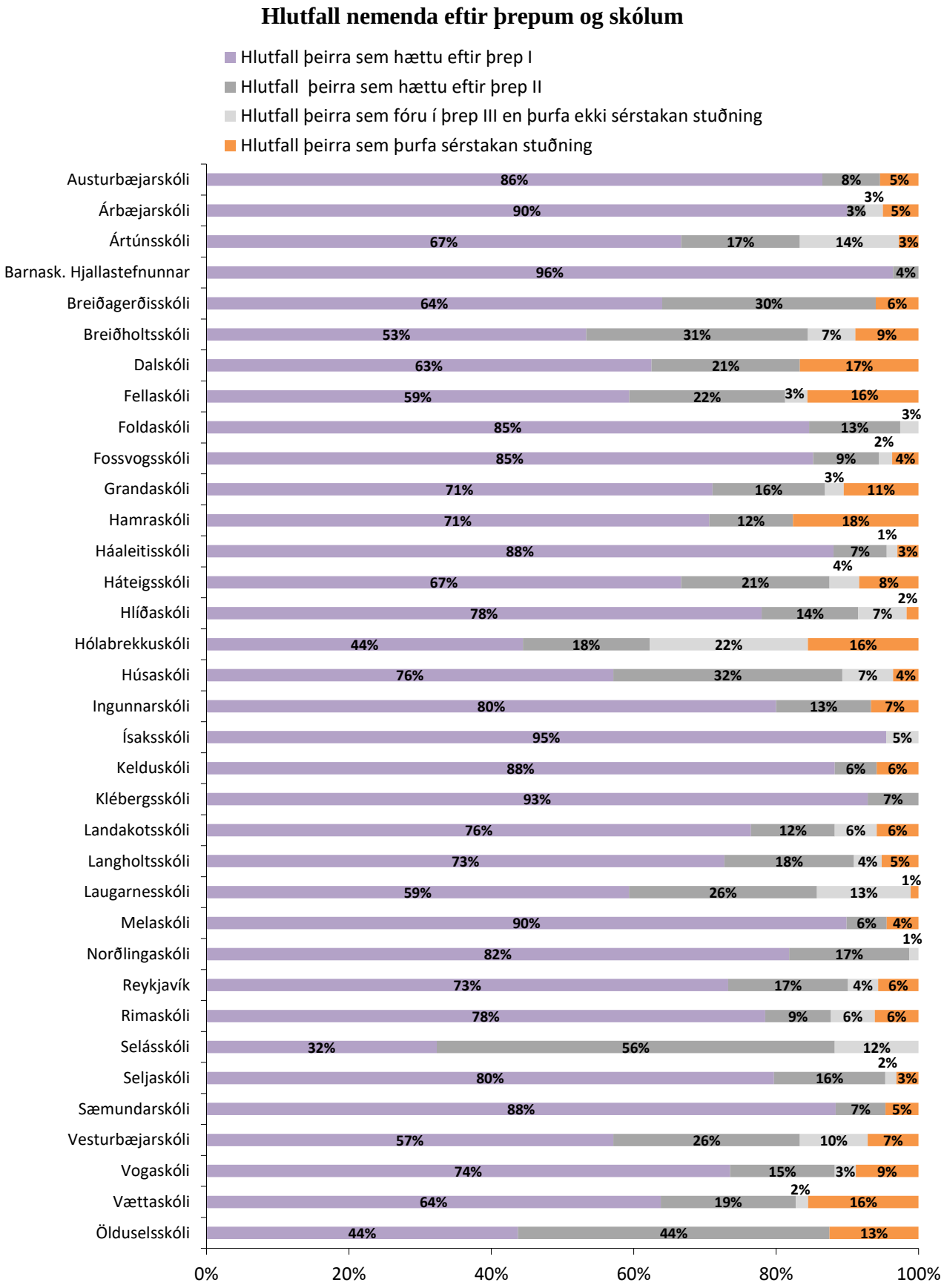
## Heimildaskrá

Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson (1998a). *Talnalykill. Mælitölur, vikmörk og matsreglur fyrir hóppróf.* Reykjavík: Rannsóknastofnun uppeldis- og menntamála.

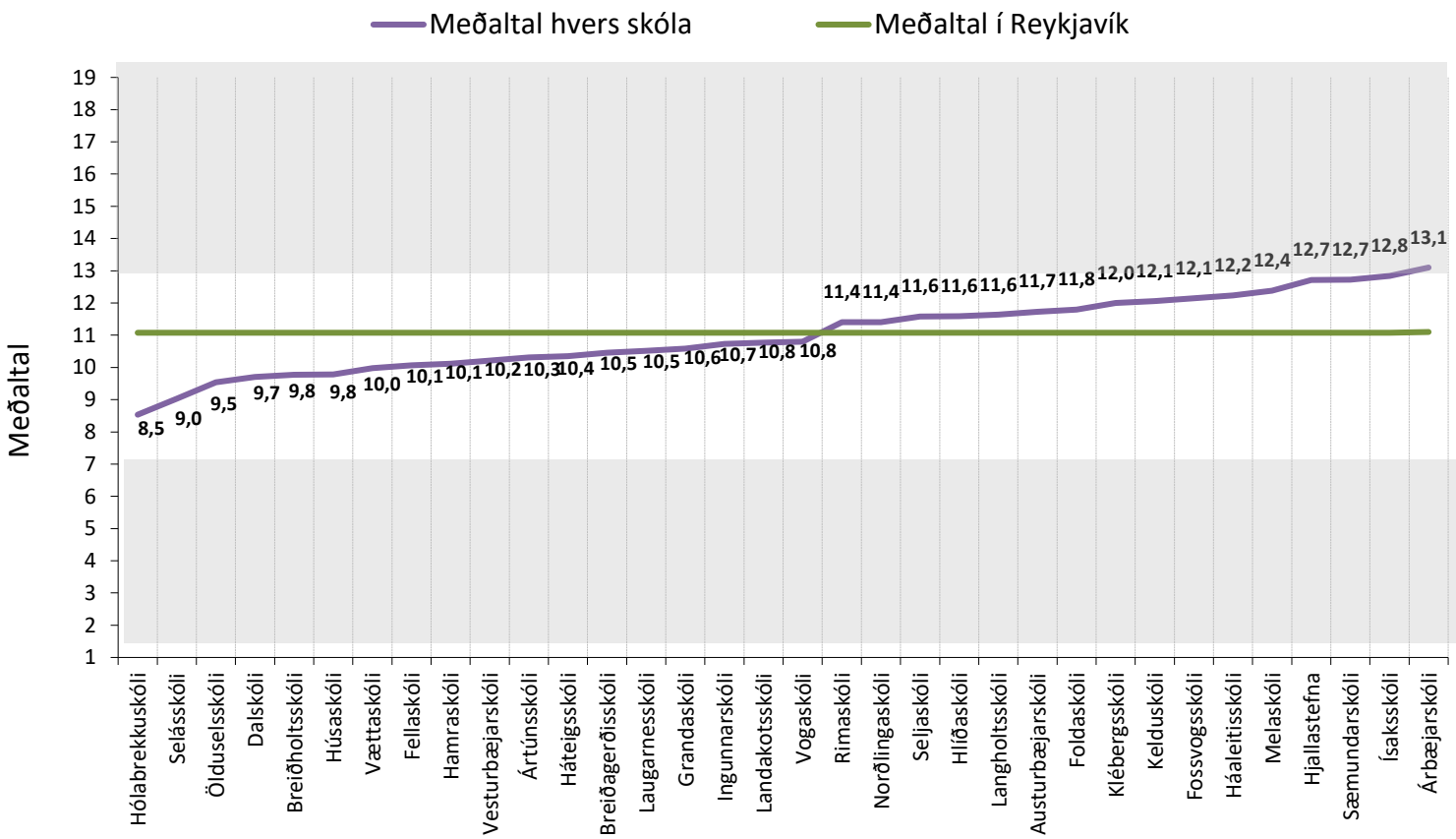
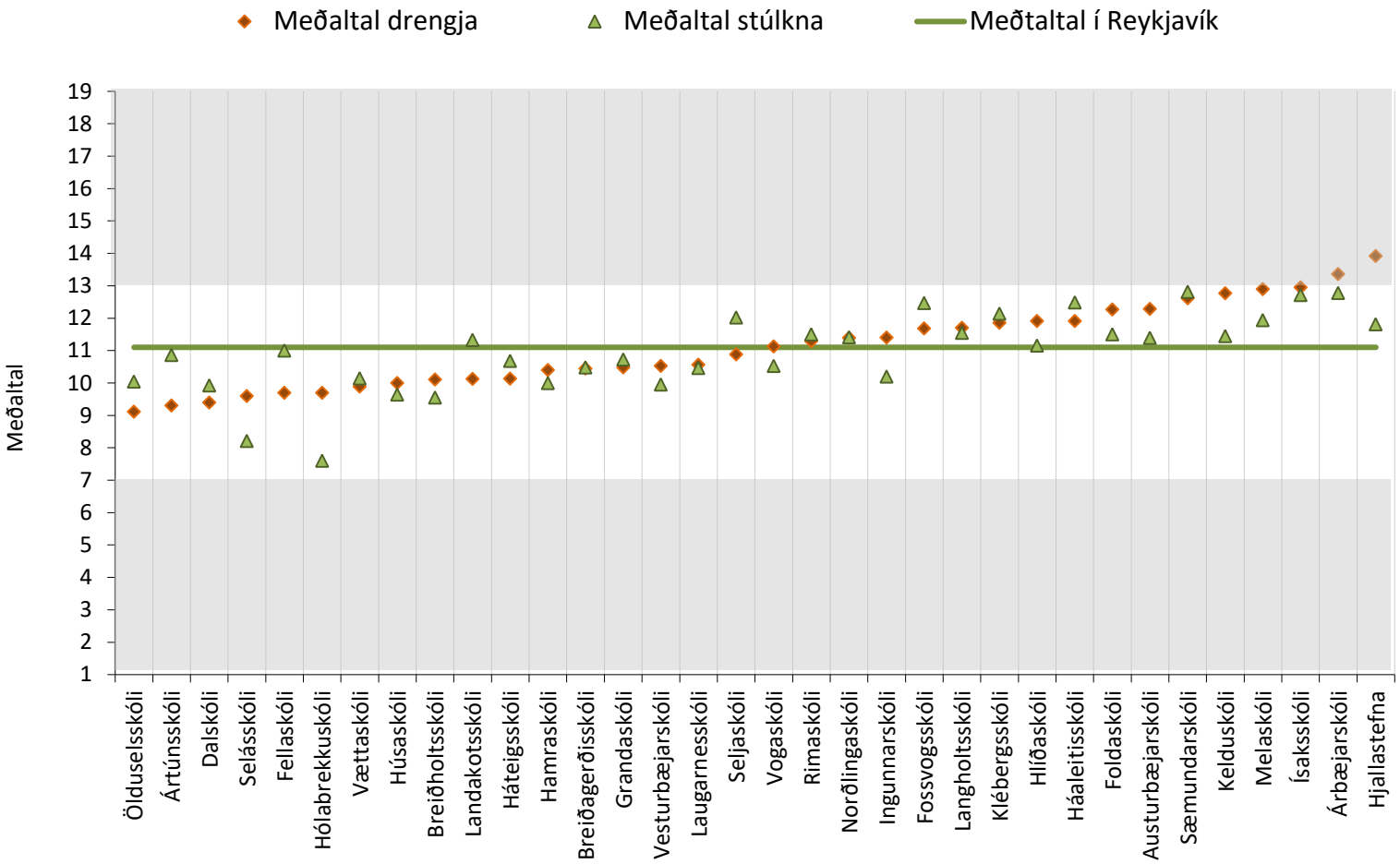
Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson (1998b). *Talnalykill. Staðal- og markbundið próf í stærðfræði handa 1.-7. bekk. Handbók*. Reykjavík: Rannsóknastofnun uppeldis- og menntamála.

*Starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík 2004*. Reykjavík: Fræðslumiðstöð Reykjavíkur.

Viðauki – Niðurstöður eftir skólum



**Meðaltöl hvers skóla í þrepi I (*reikningi og aðgerðum)*.**



**Meðaltöl eftir kynjum og skólum í Þrepi I *(reikningi og aðgerðum).***