

Talnalykill 2008

Niðurstöður úr stærðfræðiskimun í 3. bekk

í grunnskólum Reykjavíkur haustið 2008

Apríl 2009



Menntasvið Reykjavíkurborgar

Ásgeir Björgvinsson
Guðrún Edda Bentsdóttir
Hildur Björk Svavarsdóttir

Talnalykill 2008

Niðurstöður úr stærðfræðiskimun í 3.bekk
í grunnskólum Reykjavíkur haustið 2008

Ásgeir Björgvinsson
Guðrún Edda Bentsdóttir
Hildur Björk Svavarsdóttir

Menntasvið Reykjavíkur
Apríl 2009

Efnisyfirlit

TÖFLUR OG MYNDIR	4
INNGANGUR	5
AÐFERÐ	6
ÚRTAK OG SVÖRUN	6
TÆKI	6
FRAMKVÆMD	6
ÚRVINNSLA	7
NIÐURSTÖÐUR	8
ÞREP I: REIKNINGUR OG AÐGERÐIR	12
ÞREP II: TÖLUR	15
ÞREP III: MÆLINGAR, STÆRÐFRÆÐIHEITI, TÖLFRÆÐI, RÚM- OG FLATARMÁL, ALGEBRA OG JÖFNUR	18
NEMENDUR SEM ÞURFA SÉRSTAKAN STUÐNING	28
SAMANTEKT OG NÝTING NIÐURSTAÐNA	32
HEIMILDASKRÁ	34

Töflur og myndir

Tafla 1. Prófpættir, tegund fyrirlagnar og nemendahópur sem fer í hvert þrep.....	6
Tafla 2. Fjöldi nemenda eftir skólum og hlutfall nemenda sem fór í gegnum hvert þrep.	8
Mynd 1. Meðaltöl á milli ára	9
Mynd 2. Meðaltöl eftir því hvaða prófhluta nemendur luku 2008.	10
Mynd 3. Meðaltöl eftir því hvaða prófhluta nemendur luku 2006-2008.	10
Mynd 4. Meðaltöl á milli ára fyrir hópinn sem fór í gegnum öll þrepin.....	11
Mynd 5. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófpættinum <i>reikningur og aðgerðir</i>	12
Mynd 6. Meðaltal skóla á prófpættinum <i>reikningur og aðgerðir</i>	13
Mynd 7. Meðaltal skóla á prófpættinum <i>reikningur og aðgerðir</i> eftir kyni	14
Mynd 8. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófpættinum <i>tölur</i>	15
Mynd 9. Meðaltal skóla á prófpættinum <i>tölur</i>	16
Mynd 10. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum <i>tölur</i> eftir kyni.....	17
Mynd 11. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófpættinum <i>mælingar</i>	18
Mynd 12. Meðaltal skóla á prófpættinum <i>mælingar</i>	19
Mynd 13. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófpættinum <i>stærðfræðiheiti</i>	20
Mynd 14. Meðaltal skóla á prófpættinum <i>stærðfræðiheiti</i>	21
Mynd 15. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófpættinum <i>tölfræði</i>	22
Mynd 16. Meðaltal skóla á prófpættinum <i>tölfræði</i>	23
Mynd 17. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófpættinum <i>rúm- og flatarmál</i>	24
Mynd 18. Meðaltal skóla á prófpættinum <i>rúm- og flatarmál</i>	25
Mynd 19. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófpættinum <i>algebra og jöfnur</i>	26
Mynd 20. Meðaltal skóla á prófpættinum <i>algebra og jöfnur</i>	27
Mynd 21. Hlutfall nemenda sem fór í gegnum öll þrjú þrep skimunarinnar eftir heildartölu.	28
Mynd 22. Meðaltöl einstakra skóla í heildartölum þriðja þreps.	29
Mynd 23. Meðaltöl skóla eftir kyni í heildartölum þriðja þreps.....	30
Mynd 24. Hlutfall nemenda eftir skólum og þrepum, auk hlutfalls nemenda sem þurfa á stuðningi að halda í stærðfræði.	31

Inngangur

Læsi á tölulegar upplýsingar og stærðfræði eru mikilvægir þættir í daglegu lífi fólks. Margar námsgreinar á síðari hluta skólagöngunnar byggja á einn eða annan hátt á stærðfræði og það er því mjög mikilvægt að nemendur nái strax tókum á grunnhugtökum stærðfræðinnar. Í inngangi Aðalnámskrár grunnskóla, stærðfræði frá 2007 segir: „Stærðfræði er svo samofin menningu og þjóðfélagsháttum að lágmarkskunnátta í henni er hverjum manni nauðsynleg til að takast á við daglegt líf og störf og skilja umheim sinn“ (bls. 5).

Í Starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík fyrir árið 2004 var það markmið sett að staða nemenda í stærðfræði í 3. bekk yrði metin með skimun og hefur það verið gert árlega frá þeim tíma. Skimunarpróf eru notuð í því skyni að afmarka þann hóp nemenda sem þarfnast aðstoðar á tilteknu námssviði eða námsgrein. Almennt er talið árangursríkast að finna nemendur sem eiga í vandræðum í stærðfræði snemma á námsferlinum, til að unnt sé að bregðast við með sérkennslu eða stuðningi áður en vandinn verður meiri. Niðurstöður skimunarinnar móta viðmið sem notaðar eru við ákvörðun um að veita nemanda sérkennslu í stærðfræði og nýta þannig mannafla og fjármagn til sérkennslu sem best.

Skimunarprófið „Talnalykill“ er staðlað og töluverð reynsla komin á notkun þess og er það líklega eina tækið hérlandis þar sem skimunaraðferð hefur verið þróuð sérstaklega og eiginleikar hennar og árangur rannsakaðir. Talnalykill tekur ekki mið af ákveðnu námsefni í stærðfræði. Fjögur aðalmarkmið prófsins eru að gefa kost á: a) samanburði við aðra nemendur, b) samanburði á kunnáttusviðum fyrir einstaka nemendur, c) greiningu á þeirri sérstöku færni sem einstakir nemendur hafa eða skortir og birtist í frammistöðu á einstökum verkefnum og d) leit að slökum nemendum.

Árið 2003 og 2004 voru haldin þrjú námskeið sérstaklega fyrir kennara í Reykjavík á vegum höfunda prófsins. Þessi námskeið veittu kennurum rétt til að leggja prófið fyrir. Auk þess er skimunin kynnt á fræðslufundum fyrir kennara í tengslum við fyrirlögn prófsins ár hvert.

Skimunarprófið var fyrst lagt fyrir í grunnskólum í Reykjavík í nóvember 2003 og var upplýsingum safnað saman á Fræðslumiðstöð Reykjavíkur og gefin út skýrsla. Skimunin nú er sú sjötta í röðinni og er þátttaka í henni valfrjál.

Það er von okkar að kennarar geti nýtt sér niðurstöður skimunarinnar til að móta sér stefnu fram í tímann fyrir þá nemendur sem slakast gegur í stærðfræði.

Aðferð

Úrtak og svörun

Öllum grunnskólum í Reykjavík var boðin þátttaka í stærðfræðiskimuninni í nóvember 2008. Alls þáðu 29 almennir grunnskólar boðið af 33 sem hafa 3.bekk, þar af þrír í fyrsta skipti. Aldrei hafa fleiri skólar verið með. Í skýrslunni eru skólarnir sem tóku þátt ekki í beinni númeraröð, því skólarnir hafa haft sín föstu númer í gegnum öll árin sem prófið hefur verið lagt fyrir. Þannig tóku skólar númer 12 og 28 ekki þátt núna, en þeir hafa báðir verið með í fyrri skimunum. Um 76% nemenda í 3. bekk í grunnskólum Reykjavíkur tóku þátt í skimuninni að þessu sinni, sem er mun hærra hlutfall en árin 2007 og 2006, en þau ár var hlutfallið 62%. Hefur hlutfallið aldrei verið hærra. Sömuleiðis hefur samanlagður fjöldi nemenda er þátt taka aldrei verið hærri en nú eða 1.118.

Tæki

Skimunarprófið *Talnalykill* er notað til að meta kunnáttu nemenda í stærðfræði (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998a). Skimunin fer fram í þremur þrepum. Í þrepi I er prófþátturinn *reikningur og aðgerðir* lagður fyrir, í þrepi II er prófþátturinn *tölur* lagður fyrir, í þrepi III eru fimm prófþættir lagðir fyrir eða *mælingar*, *stærðfræðiheiti*, *tölfræði*, *rúm- og flatarmál*, og *algebra og jöfnur* (tafla 1). Fyrirlögnin er mismunandi eftir prófþáttum. Þrír prófþættir eru lagðir fyrir í hópprófi, *reikningur og aðgerðir*, *rúm- og flatarmál* og *algebra og jöfnur*, en hinir fimm þættirnir eru lagðir fyrir í einstaklingsprófi. Hópprófin má leggja fyrir heila bekk í einu, lítinn hóp nemenda eða jafnvel einstaka nemendur þar sem þeir sitja einir við borð og vinna sjálfstætt. Einstaklingsprófin eru lögð fyrir einn nemanda í einu þar sem prófandi situr gegnt nemandanum og leggur fyrir hann verkefni. Nemandi skráir svör sín í þar til gert verkefnahefti (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998b).

Með hverjum prófþætti er metin tiltekin kunnátta og til samans mynda prófþættirnir sjö eina heildartölu sem er mælikvarði á almenna kunnáttu í stærðfræði. Hér er beitt þriggja þrepa skimun til að finna þá nemendur sem eiga við stærðfræðierfiðleika að stríða.

Framkvæmd

Prófunin fer þannig fram að prófþátturinn *reikningur og aðgerðir* er lagður fyrir alla nemendur í hópprófi. Þeir nemendur sem fá mælitöluna 9 eða lægri taka næsta prófþátt, *tölur* sem er einstaklingspróf. Þeir nemendur sem þar fá mælitöluna 9 eða lægri taka hina fimm prófþætti *Talnalykils*. Í töflu 1 má sjá prófþættina, hvernig fyrirlögn er í hverjum þeirra og hver nemendahópurinn er.

Tafla 1. Prófþættir, tegund fyrirlagnar og nemendahópur sem fer í hvert þrep

Þrep	Prófþáttur	Fyrirlögn	Nemendahópur
I	Reikningur og aðgerðir	Hóppróf	Allir nemendur
II	Tölur	Einstaklingspróf	Nemendur með mælitöluna ¹ 9 eða lægri í þrepi I
III	Mælingar	Einstaklingspróf	Nemendur með mælitöluna 9 eða lægri í þrepi II
III	Stærðfræðiheiti	Einstaklingspróf	
III	Tölfræði	Einstaklingspróf	
III	Rúm- og flatarmál	Hóppróf	
III	Algebra og jöfnur	Hóppróf	

¹ Prófstigum er breytt í mælitölur eftir stöðluðum töflum. Mælitölur prófþátta eru normaldreifðar og eru á bilinu 1-19 þar sem 10 er meðaltal og staðalfrávik er 3. Þetta þýðir að fyrir hvern prófþátt fá um 2/3 hlutar nemenda mælitölu á bilinu 7 til 13 (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998b).

Prófpátturinn *reikningur og aðgerðir* er lagður fyrir í kennslustund undir stjórn bekkjarkennara og deildarstjóra sérkennslu. Einstaklingspróf eru í flestum skólum lögð fyrir af sérkennara í samstarfi við bekkjarkennara. Niðurstöður prófpátta fyrir hvern nemanda eru sendar til Menntasviðs Reykjavíkurborgar án nafns nemanda.

Úrvinnsla

Í þessari skýrslu er gerð grein fyrir niðurstöðum skólanna 29 sem tóku þátt í stærðfræðiskimun haustið 2008 og samanburður gerður við skimanirnar frá hausti 2007 og hausti 2006. Unnið er úr niðurstöðum hvers skóla í einstökum prófpáttum. Stig hvers nemanda eru lögð saman í hverjum prófpátti fyrir sig, þeim breytt í mælitölur og meðaltöl skóla birt..

Fyrir þá nemendur sem tóku alla prófhlutana er reiknuð heildartala² og meðaltöl þeirra borin saman á milli skóla. Eftir því sem heildartala er lægri og frammistaða nemanda þar með lakari, eru meiri líkur á því að nemandi þurfi sérstaka aðstoð umfram aðra nemendur. Miðað er við að nemandi með heildartöluna 70 eða lægri, þurfi mjög líklega mikla aðstoð. Nemandi sem er með heildartölu á milli 70 og 85 er líklegur til að þurfa aðstoð. Nemandi sem er með yfir 85 í heildartölu ætti ekki að þurfa sérstaka aðstoð, þótt alltaf séu einhver tilvik þar sem slíkt er nauðsynlegt.

Tölfræðileg greining í þessari stærðfræðiskimun byggist fyrst og fremst á samanburði meðaltala milli skóla og hvers skóla við heildarmeðaltal³. Vikmörk eru reiknuð til að hægt sé að segja með 95% vissu á hvaða bili mælitölur nemenda eru í hverjum skóla eða prófpátti. Vikmörk eru sett með meðaltölum á þær myndir sem við á og táknun með grárri lóðréttri línu. Dreifing mælitalna er skoðuð í hverjum prófpátti fyrir sig og sett upp í mynd og sést þá normaldreifing mælitalna vel.

Lögð skal áhersla á að *reikningur og aðgerðir* er eini prófpátturinn sem allur nemendahópurinn tekur. Árangur í *tölum* verður að skoða með hliðsjón af því að þar er miðað við hópinn sem ekki nær viðmiðum í *reikningi og aðgerðum*. Þá verður að skoða árangur í öllum prófpáttum þriðja þreps með hliðsjón af því að þar er miðað við hópinn sem hvorki nær viðmiði í *reikningi og aðgerðum* né í *tölum*.

² Til að finna heildartölu eru mælitölur allra prófpátta lagðar saman og summunni breytt í heildartölu samkvæmt stöðlun höfunda. Heildartalan er normaldreifð þar sem meðaltal er 100 og staðalfrávik er 15. Þetta þýðir að um 2/3 nemenda eru með heildartölu á bilinu 85 til 115 (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998b).

³ Munur á milli meðaltala skóla er skoðaður með dreifigreiningu (analysis of variance) til að athuga hvort marktækur munur sé á meðaltölum hópa.

Niðurstöður

Alls tóku 1.118⁴ nemendur þátt í stærðfræðiskimuninni úr 29 almennum skólum borgarinnar. Í töflu 2 kemur fram fjöldi nemenda eftir skólum, sem þátt tóku⁵. Þeir skólar sem höfðu flesta þátttakendur voru skólar 9 og 10, en 65 nemendur í hvorum skóla tóku prófið. Fæstir þátttakendur komu úr skóla 23, eða 18 nemendur.

Tafla 2. Fjöldi nemenda eftir skólum og hlutfall nemenda sem fór í gegnum hvert þrep.

Skóli	Heildarfjöldi nemenda	Hlutfall sem fór bara í gegnum þrep I	Hlutfall sem fór bara í gegnum þrep I og II	Hlutfall sem fór í gegnum þrep I-III
Skóli 1	45	69%	22%	9%
Skóli 2	31	77%	6%	16%
Skóli 3	31	55%	19%	26%
Skóli 4	55	69%	18%	13%
Skóli 5	26	50%	27%	23%
Skóli 6	30	70%	20%	10%
Skóli 7	33	82%	15%	3%
Skóli 8	22	82%	14%	5%
Skóli 9	65	45%	29%	26%
Skóli 10	65	77%	11%	12%
Skóli 11	55	53%	25%	22%
Skóli 13	37	78%	11%	11%
Skóli 14	64	42%	30%	28%
Skóli 15	41	66%	17%	17%
Skóli 16	46	59%	17%	24%
Skóli 17	19	74%	21%	5%
Skóli 18	31	90%	0%	10%
Skóli 19	26	88%	8%	4%
Skóli 20	22	59%	27%	14%
Skóli 21	57	72%	7%	21%
Skóli 22	38	68%	26%	5%
Skóli 23	18	89%	0%	11%
Skóli 24	27	41%	30%	30%
Skóli 25	39	74%	13%	13%
Skóli 26	36	28%	33%	39%
Skóli 27	28	64%	21%	14%
Skóli 29	42	64%	17%	19%
Skóli 30	56	80%	7%	13%
Skóli 31	33	94%	6%	0%
Samtals	1.118	66%	18%	16%

Tafla 2 sýnir einnig hve hátt hlutfall nemenda fór í gegnum hvert þrep eftir skólum. Í heildina þurftu 66% nemenda eingöngu að fara í gegnum þrep I, 16% fóru í gegnum þrep I og II og 16% þurftu að fara í gegnum öll þrepin þrjú. Samsvarandi tölur fyrir árið 2007 voru 68%, 18% og 14% og árið 2006 voru þær 69%, 15% og 16%. Hlutfall þeirra sem eingöngu þurftu að fara í gegnum þrep I er því 2-3% prósentustigum lægra en það hefur verið undanfarin tvö ár. Hlutfall þeirra sem fóru í gegnum öll þrepin er tveimur prósentustigum hærra nú en árið 2007, en það sama og 2006.

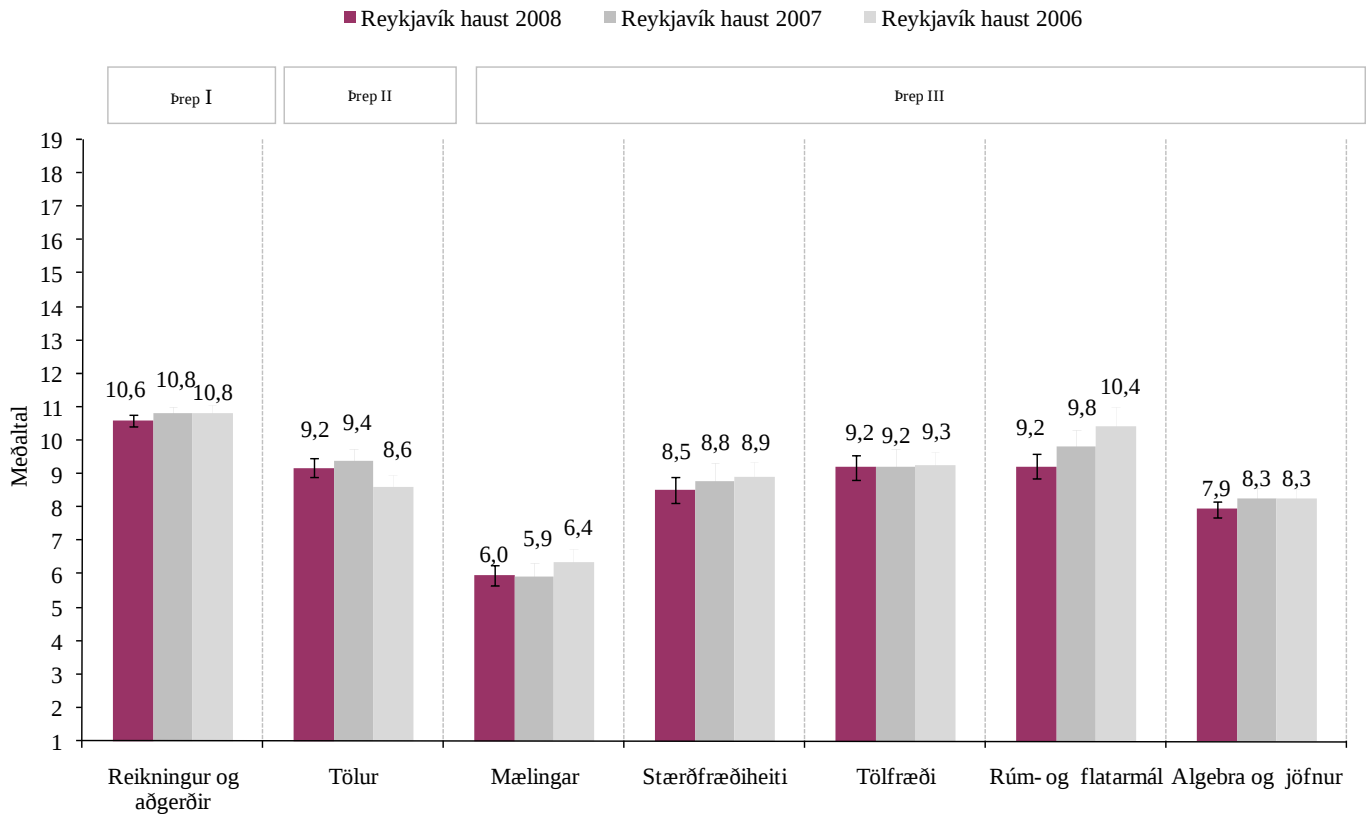
Kynjaskiptingin í skimuninni er þannig að 561 drengur (50,2%) og 557 stúlkur (49,2%) tóku þátt. Af prófþáttunum sjö eru drengirnir með hærri meðaltal í þrepi I og II, en stúlkurnar með hærri meðaltal í öllum

⁴ Fyrir utan þessa 1118 voru skimunin lögð rangt fyrir í 13 tilvikum. Þessir nemendur eru ekki með í úrvinnslu gagna. Fyrirlögn telst röng þegar nemendur sem ekki ná tilskildum árangri í þrepi I eða II, eru ekki látnir halda áfram yfir á næsta þrep.

⁵ Skólar 12 og 28 tóku ekki þátt.

fimm þáttum þriðja þrepsins. Aðeins í *reikningi og aðgerðum*, þar sem allir tóku þátt, er munur á kynjunum marktækur.

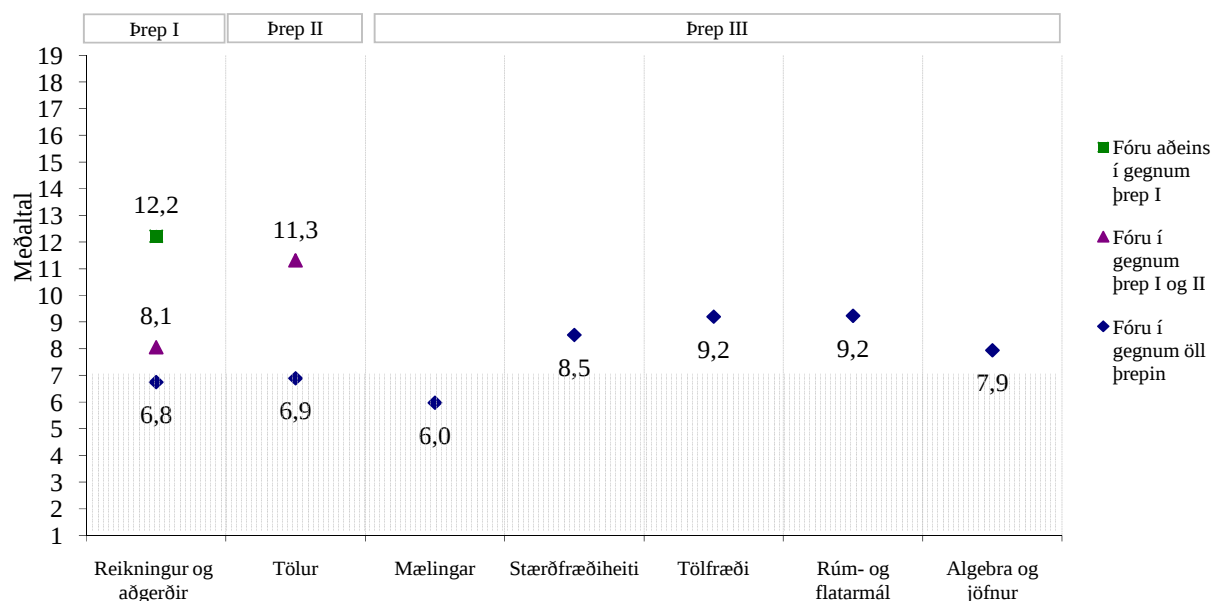
Á mynd 1 má sjá meðaltöl mælitölna í hverjum prófþætti á milli ára. Í fimm prófþáttum af sjö hefur meðaltalið lækkað. Í *reikningi og aðgerðum*, sem er sá þáttur sem allir nemendur fara í, hefur meðaltalið lækkað um 0,2 miðað við árin tvö þar á undan, og er nú 10,6. Mesta sveiflan frá árunum 2007 og 2006 er í *rúm – og flatarmáli* en þar er meðaltalið nú 9,2 miðað við 9,8 árið áður og 10,4 árið þar á undan. Líkt og verið hefur undanfarin ár þá sker prófþátturinn *mælingar* sig úr og er eini þátturinn sem er í neðri mörkum miðað við stöðlun prófsins.



Mynd 1. Meðaltöl á milli ára⁶⁾

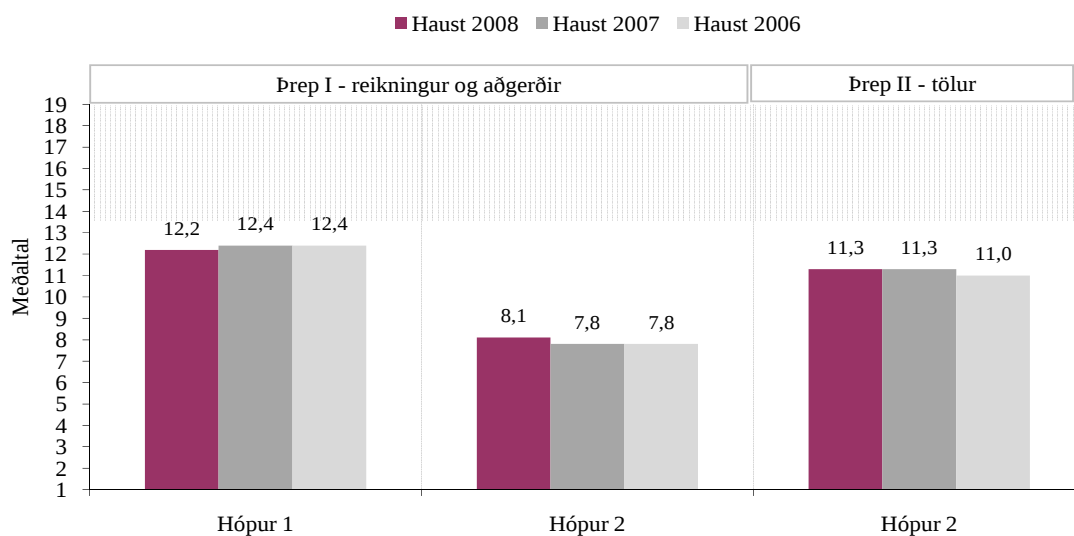
Á mynd 2 má sjá meðaltöl mælitölna á hverjum prófþætti, eftir því hvaða prófhluta nemendur luku. Nemendahópurinn sem fór einungis í gegnum fyrstu tvö þrepin er með mun hærri meðaltal í þrepi II miðað við þá sem fóru í gegnum öll þrepin.

⁶ Vikmörk eru sett inn með meðaltölum og eru táknuð með svartri lóðréttri línu. Eftir því sem línurnar eru lengri, því meiri dreifing er á svörum nemenda. Ef vikmörk milli ára skarast, er ekki marktækur munur á meðaltölum tiltekinnna ára. Hvíta bilið á myndinni milli mælitölu 7 og 13 táknar meðaltal og eitt staðalfrávik frá því. Það þýðir að um 2/3 nemenda ættu að vera á þessu bili.



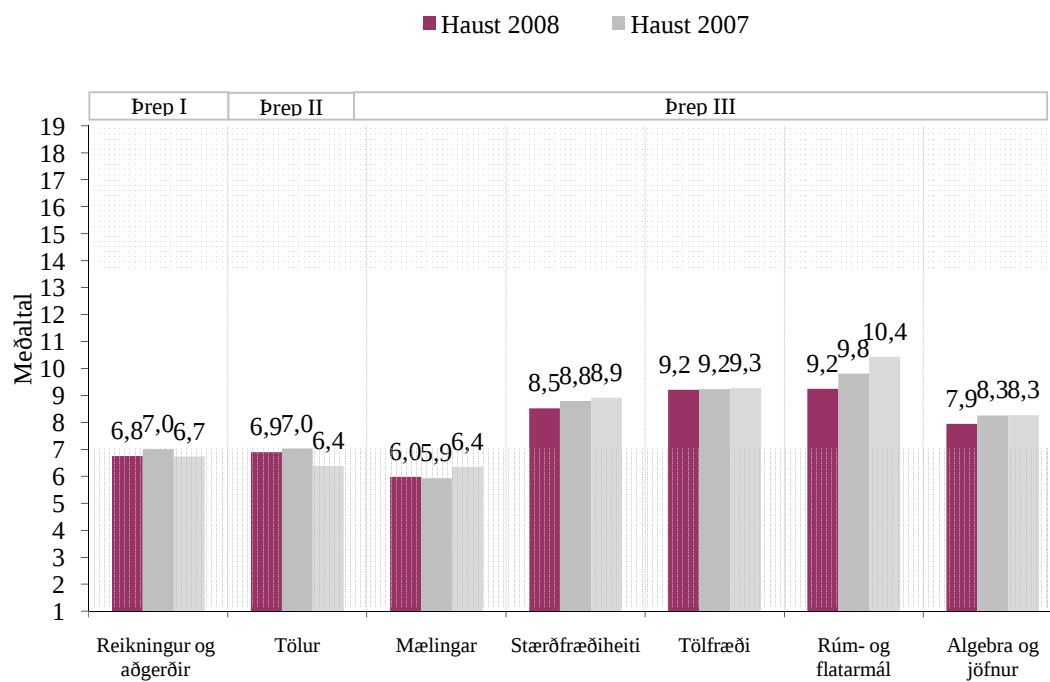
Mynd 2. Meðaltöl eftir því hvaða prófhluta nemendur luku 2008.

Eins og sjá má á mynd 3 hefur meðaltal nemenda sem aðeins fóru í gegnum þrep I lækkað um 0,2 frá árunum 2006 og 2007. Meðaltal nemenda sem fóru í gegnum þrep I og II hækkaði um 0,3 í þættinum *reikningur og aðgerðir* en er það sama og árið 2007 í prófþættinum *tölur*.



Mynd 3. Meðaltöl eftir því hvaða prófhluta nemendur luku 2006-2008.

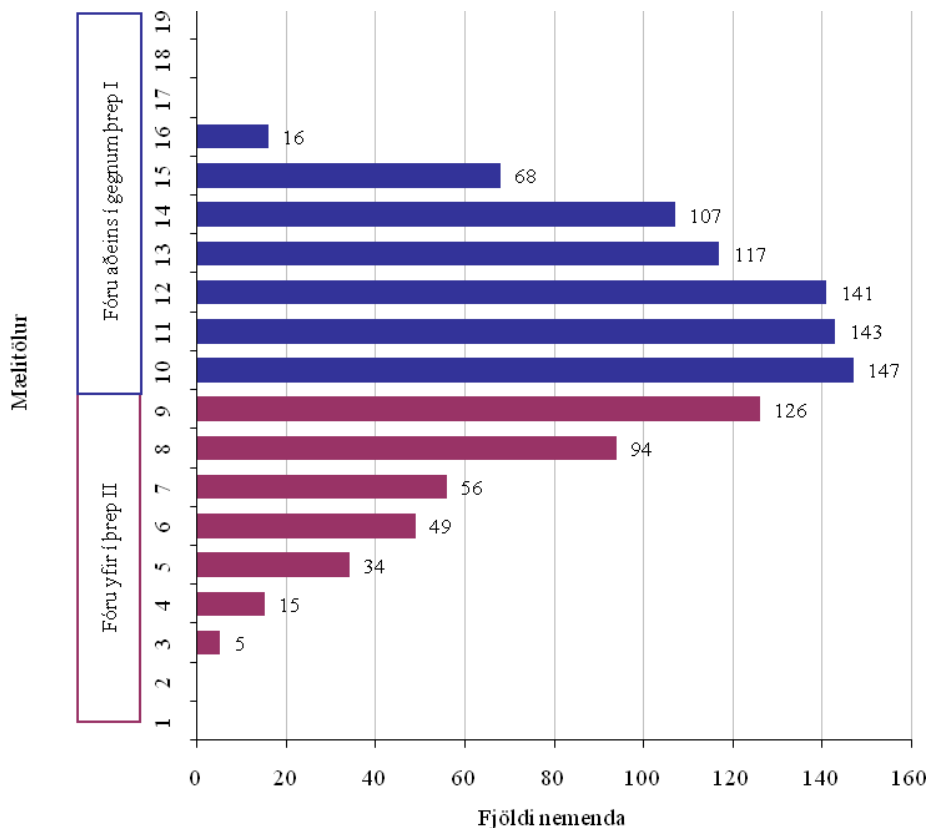
Á mynd 4 má sjá mun milli ára hjá þeim nemendum sem fóru í gegnum öll þrepin. Þar sést að fyrir utan að hafa lækkað á milli ára í þrepi I og II, þá hefur hópurinn lækkað í þremur prófþáttanna af fimm í þrepi III.



Mynd 4. Meðaltöl á milli ára fyrir hópinn sem fór í gegnum öll þrepin.

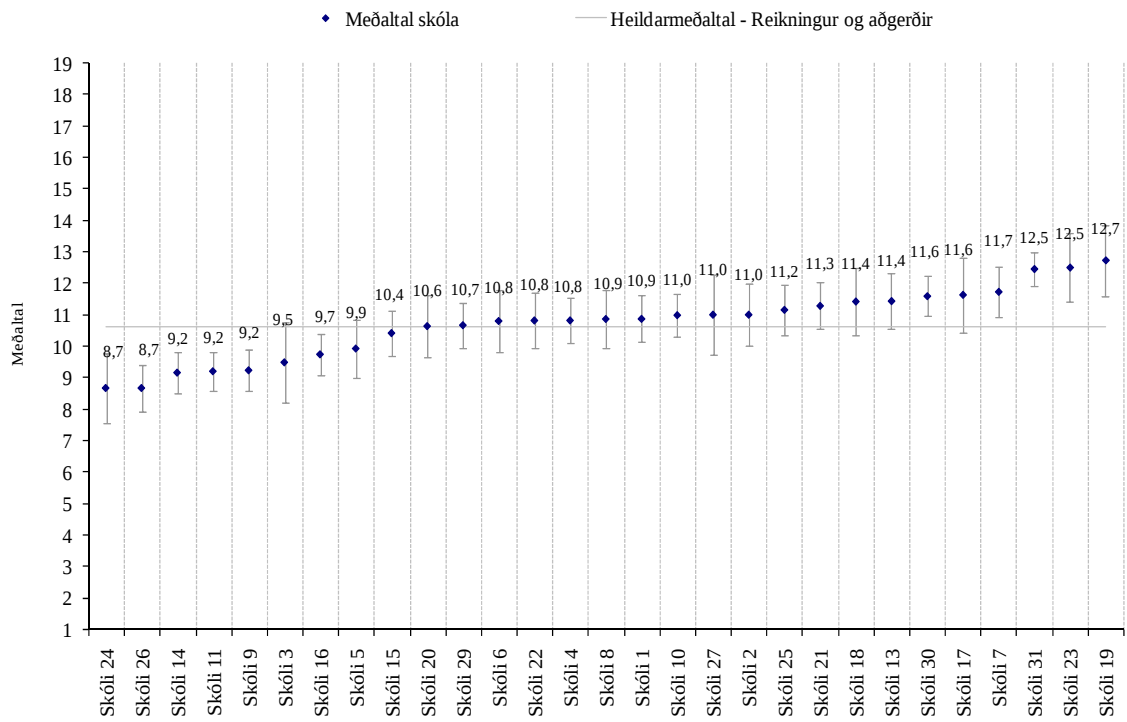
Þrep I: Reikningur og aðgerðir

Allir nemendurnir fóru í gegnum þrep I, sem er prófþátturinn *reikningur og aðgerðir*. Á mynd 5 má sjá hvernig árangur nemenda dreifðist. Af öllum hópnum fengu 739 nemendur, eða 66%, mælitöluna 10 eða hærri. Þessir nemendur þurftu ekki að fara lengra. Þeir sem fengu mælitöluna 9 eða lægri voru 379 eða 34%. Þessir nemendur héldu áfram yfir í þrep II. Haustið 2007 fengu 68% nemenda 10 eða hærri en 32% nemenda 9 eða lægra. Heildarmeðaltal í *reikningi og aðgerðum* var 10,6 og lækkaði um 0,2 frá 2007.



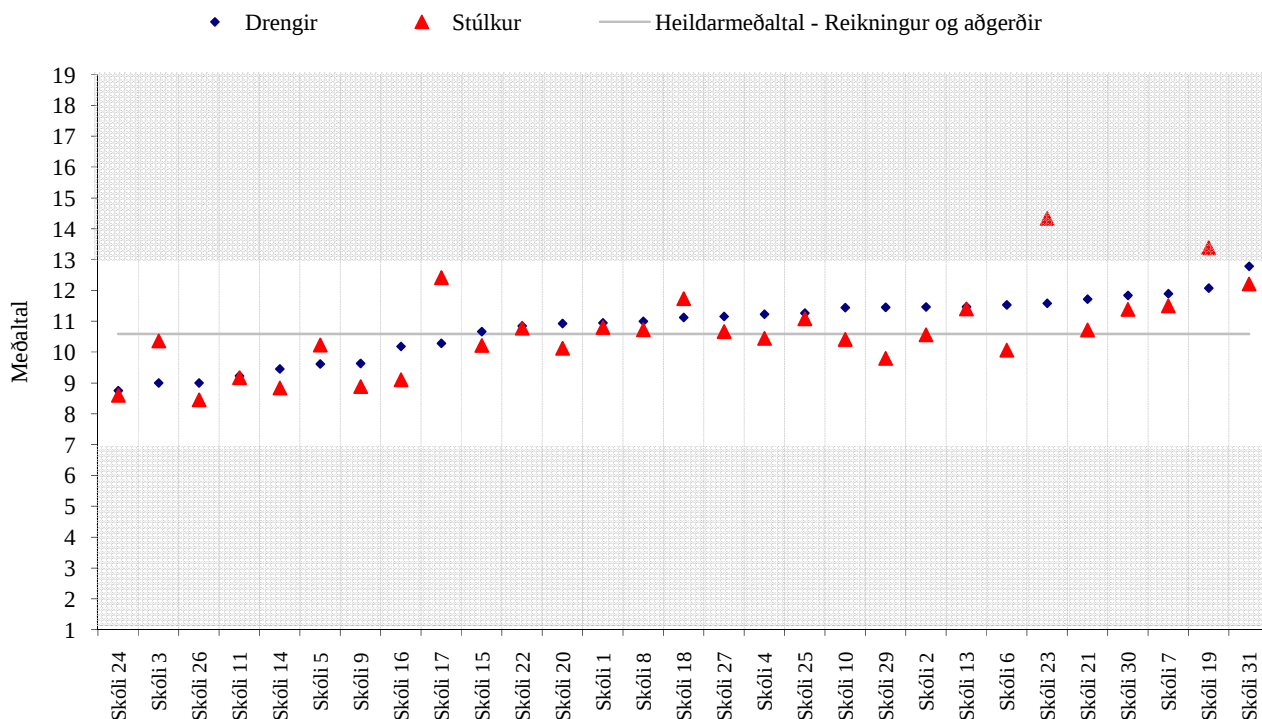
Mynd 5. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *reikningur og aðgerðir*

Mynd 6 sýnir meðaltöl hvers skóla fyrir sig í *reikningi og aðgerðum*. Hæsta gildið var hjá skóla 19 en þar var meðaltalið 12,7. Lægsta gildið var í skólum 24 og 26 en nemendur í þessum skólum voru með meðaltalið 8,7. Þegar meðaltöl skólanna eru skoðuð með dreifigreiningu kom í ljós að marktækur munur var á milli sumra skólanna. Skólar 19 og 31 voru með hæstu meðaltölin en niðurstöður hvors skóla um sig voru marktækt hærri en niðurstöður sjö annarra skóla.



Mynd 6. Meðaltal skóla á prófþættinum *reikningur og aðgerðir*

Í *reikningi og aðgerðum* var meðaltal drengja 10,8 en stúlkna 10,4. Munurinn var marktækur. Á mynd 7 sést munur á meðaltölum kynjanna eftir skólum. Í skóla 23 voru stúlkur með marktækt betri útkomu en drengir, en í skóla 29 hafa drengir marktækt hærra meðaltal en stúlkur.

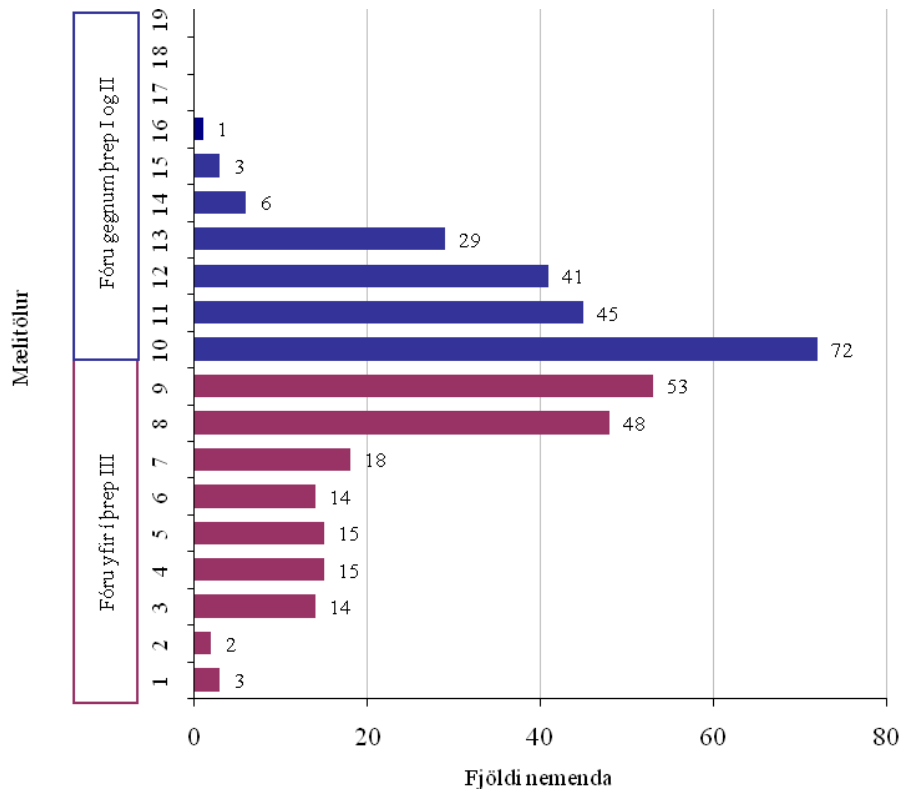


Mynd 7. Meðaltal skóla á prófpættinum *reikningur og aðgerðir* eftir kyni⁷

⁷ Í skólum 13 og 22 falla punktarnir saman fyrir bæði kynin, og sjást á mynd bara meðaltöl stúlkna.

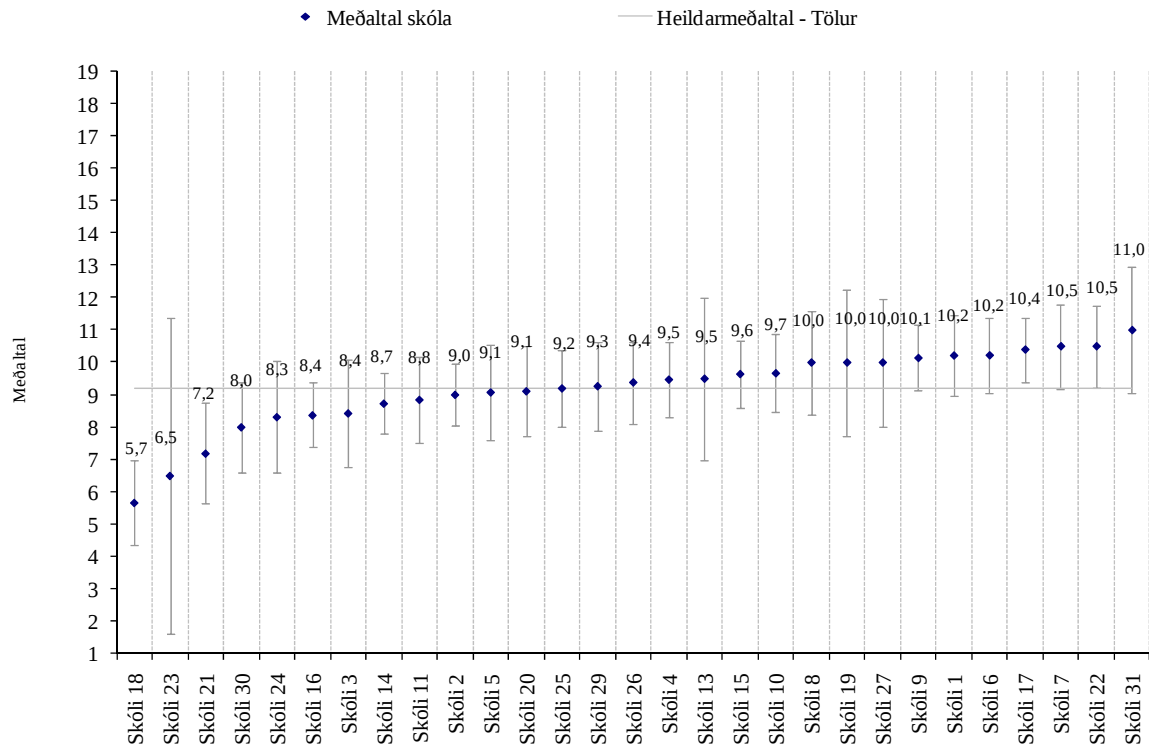
Þrep II: Tölur

Í gegnum þrep II, sem er prófþátturinn *tölur*, fóru 379 nemendur. Af þessum hópi fengu 197, eða um 52%, mælitöluna 10 eða hærri. Þessir nemendur þurftu ekki að fara yfir í þrep III. Hinir 182, rúm 48%, fengu mælitöluna 9 eða lægri. Þessi hópur fór yfir í þrep III. Meðaltalið í *tölum* var 9,2 og lækkaði um 0,2 frá 2007.



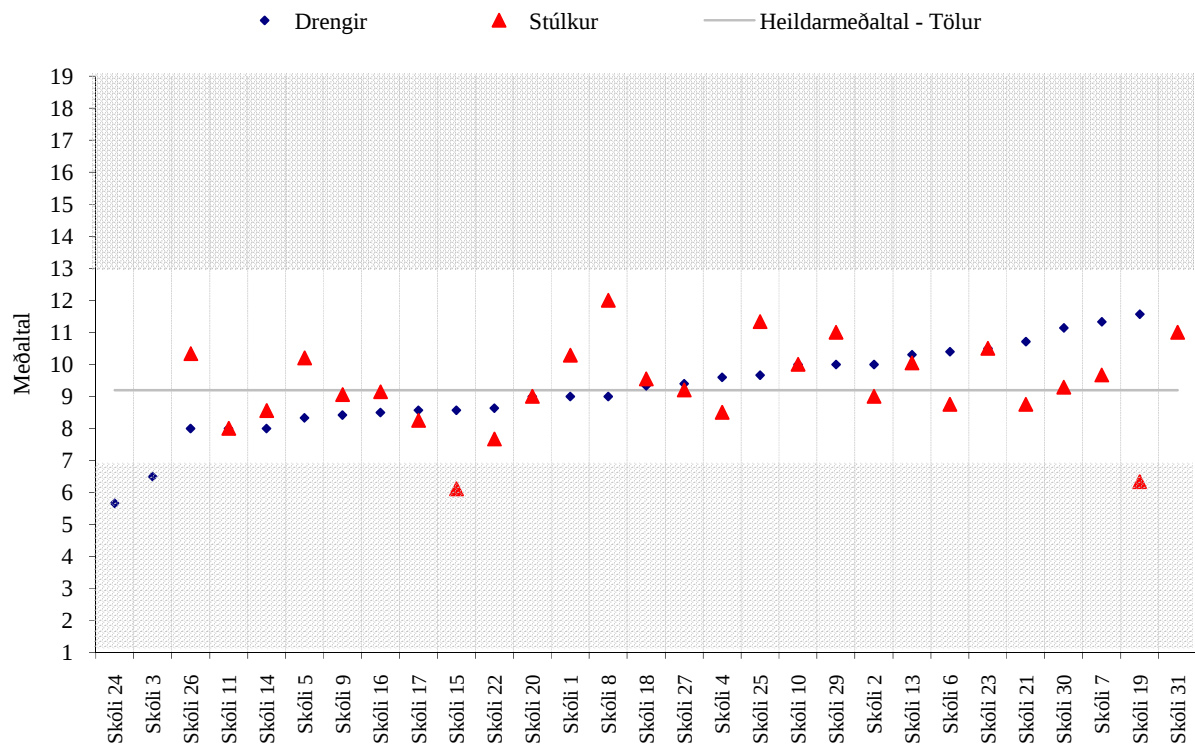
Mynd 8. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *tölur*

Í öllum skólunum þurftu einhverjir nemendur að fara í gegnum þrep II. Á mynd 9 má sjá muninn á meðaltölum skólanna í *tölum*. Enginn marktækur munur var á meðaltölum skólanna. Hæsta meðaltalið var í skóla 31 en þar var gildið 11,0. Aðeins tveir nemendur voru þó á bakvið það meðaltal. Skóli 18 var með lægsta meðaltalið sem byggir á einkunnum þriggja nemenda.



Mynd 9. Meðaltal skóla á prófþættinum *tölur*

Meðaltal drengja í *tölum* var 9,3 en stúlkna 9,1. Munurinn var ekki marktækur. Á mynd 10 má sjá mun á meðaltölum kynjanna í prófþættinum eftir skólum.

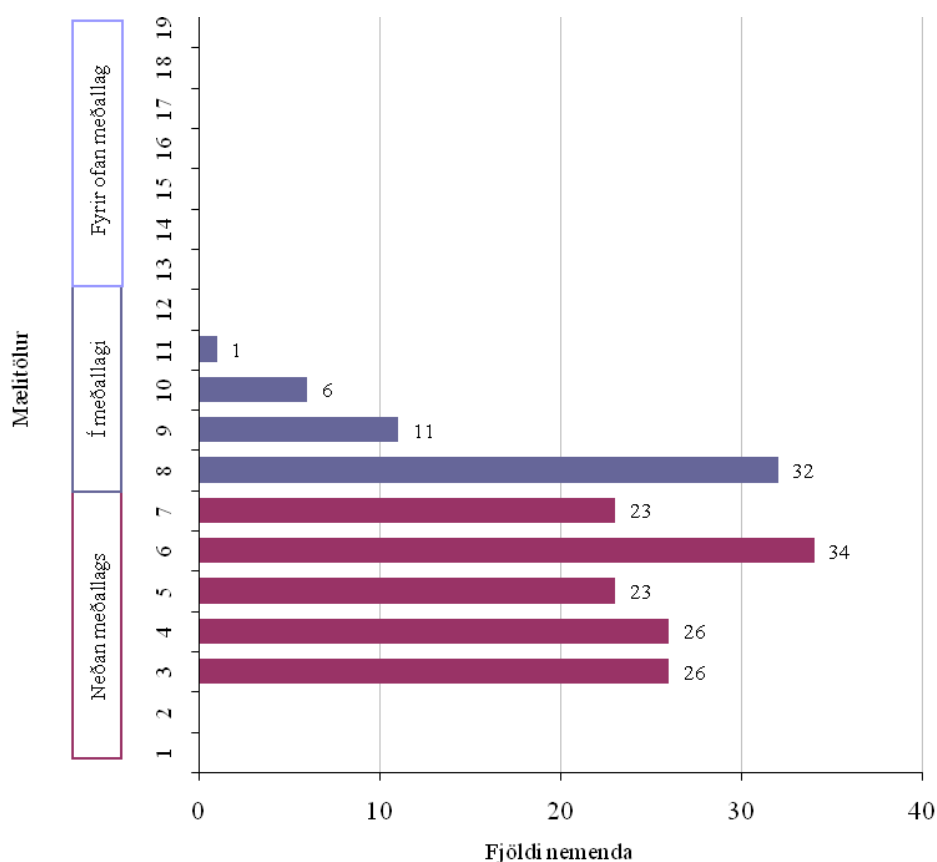


Mynd 10. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *tölur* eftir kyni⁸

⁸ Í skólum 18 og 23 þreyttu engar stúlkur prófþáttinn *tölur*, og í skóla 31 engir drengir. Í skólum 4 og 22 falla punkturnir saman fyrir bæði kyn og sést bara meðaltal stúlkna.

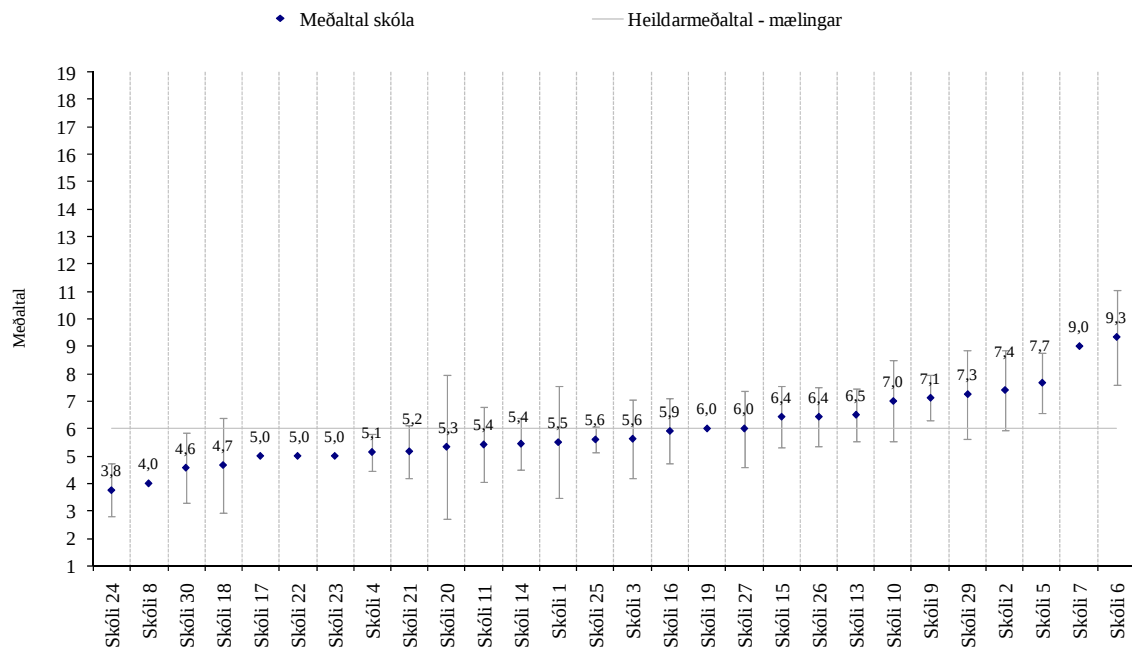
Þrep III: Mælingar, stærðfræðiheiti, tölfræði, rúm- og flatarmál, algebra og jöfnur

Rúm 16% nemenda fóru í gegnum þrep III, eða 182. Ólíkt þrepi I og II samanstendur þrep III ekki af einum, heldur fimm prófþáttum. Í skólum 7, 8, 17, 18, 19 og 23 tóku engar stúlkur þrep III. Fyrsti prófþátturinn í þrepi III er prófþátturinn *mælingar* og má sjá dreifingu nemenda eftir því hvaða mælitölu þeir fá á þættinum á mynd 10. Samkvæmt stöðlun skimunarinnar telst meðaltalsárangur (*í meðallagi*) vera á bilinu 8-12. Í prófþættinum *mælingum* voru 27% þeirra sem fóru í gegnum þriðja þrepið með árangur *í meðallagi*. Enginn nemandi var með mælitölu *fyrir ofan meðallag* (mælitölur 13-19) og flestir (73%) með tölu *fyrir neðan meðallag* (mælitölur 1-7). Árið 2007 voru 77% nemenda sem þreyttu *mælingar* með einkunn fyrir *neðan meðallag*. Eins og áður segir er lægsta meðaltalið í skimuninni í heild í þessum prófþætti eða 6,0. Meðaltalið hefur þó hækkað um 0,1 frá 2007.



Mynd 11. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *mælingar*

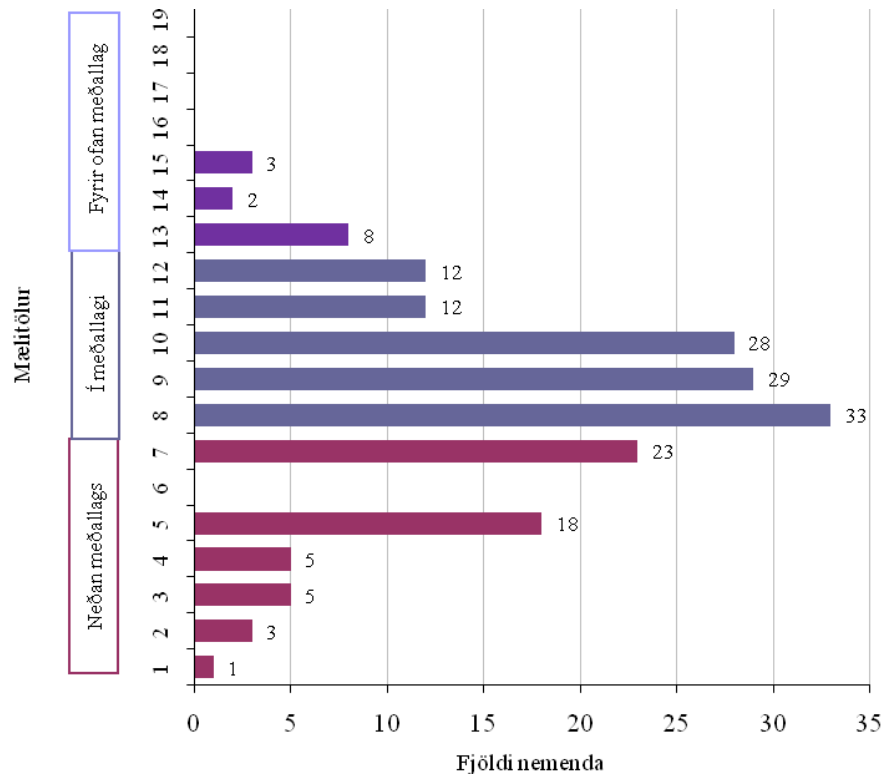
Í öllum skólunum nema einum, skóla 31, þurftu einhverjir nemendur að fara í gegnum þrep III. Á mynd 12 má sjá hvaða meðaltöl skólarnir fengu. Flestir skólanna voru með meðaltal *fyrir neðan meðallag*. Hæsta meðaltal skóla er 9,3 í skóla 6 en bakvið þá tölu voru þrír nemendur. Lægsta meðaltalið var 3,8 í skóla 24.



Mynd 12. Meðaltal skóla á prófþættinum *mælingar*

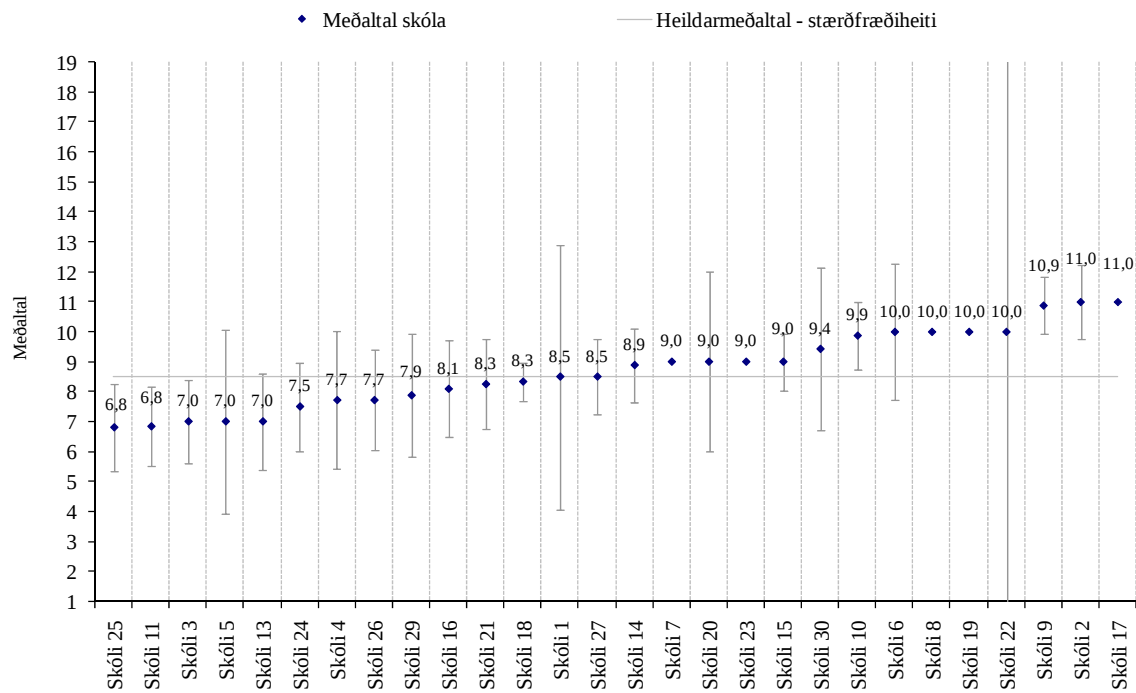
Meðaltal stúlkna í *mælingum* var 6,1 en drengja 5,8. Munurinn var ekki marktækur.

Á mynd 13 má sjá hvernig dreifing nemenda var eftir árangri þeirra í prófpættinum *stærðfræðiheitum*, sem er annar prófpáttur í þrepi III. Um 70 % var með mælitölu sem er *í eða yfir meðallagi* (mælitala á bilinu 8-19) en um 30% nemenda voru *undir meðallagi*. Árið 2007 voru um 72% með mælitölu *í eða yfir meðallagi* í prófpættinum. Meðaltalið í *stærðfræðiheitum* var nú 8,5 og lækkaði um 0,3 frá árinu 2007. Meðaltalið er innan þeirra marka sem telst vera meðaltalsárangur, eða *í meðallagi*.



Mynd 13. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófpættinum *stærðfræðiheitum*

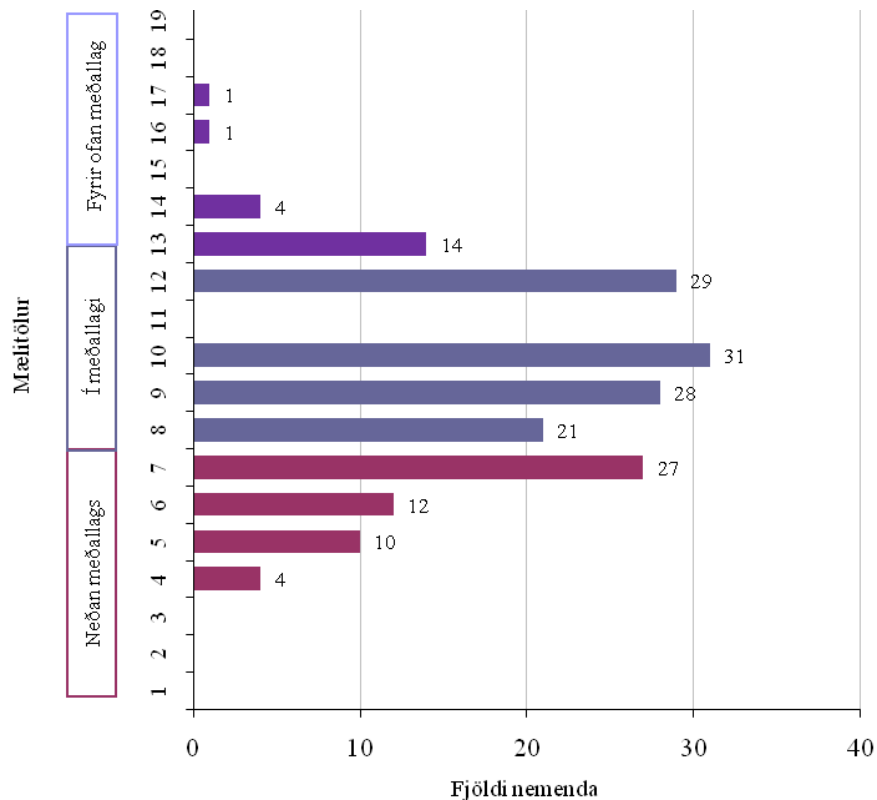
Hæsta meðaltal skóla í *stærðfræðiheitum* var 11,0. Lægsta meðaltalið var 6,8. Meðaltöl skólanna í prófþættinum má sjá á mynd 14.



Mynd 14. Meðaltal skóla á prófþættinum *stærðfræðiheiti*

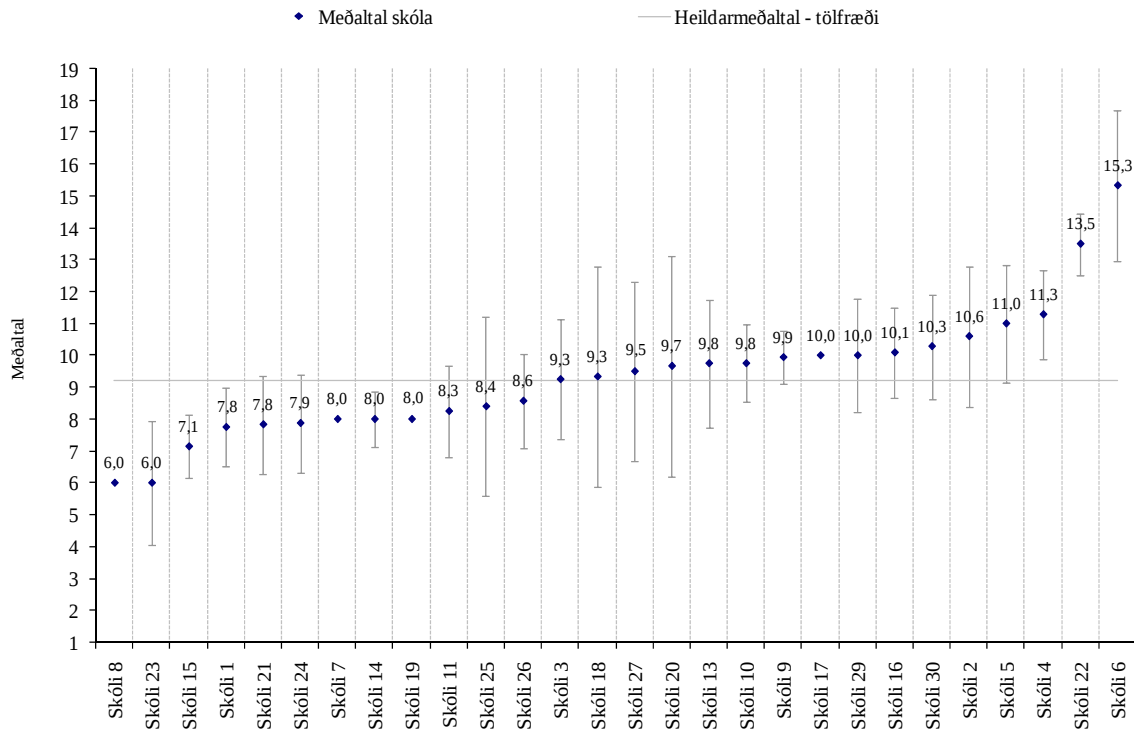
Meðaltal stúlkna í *stærðfræðiheitum* er 8,7 en hjá drengjum 8,3. Munurinn var ekki marktækur.

Á mynd 15 má sjá dreifingu nemenda eftir því hvaða mælitölu þeir fengu á prófbættinum *tölfræði*, sem er þriðji þátturinn í þrepi III. Tæplega 71% var með mælitölu *í eða yfir meðallagi* (mælitala á bilinu 8-19) en rúmlega 29% nemenda voru *undir meðallagi*. Hlutfall þeirra sem fengu mælitölu *í eða yfir meðallagi* hefur lækkað sé miðað við seinustu tvö ár. Meðaltal hópsins í *tölfræði* er 9,2 sem er það sama og árið 2007 og telst árangurinn því vera *í meðallagi*.



Mynd 15. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófbættinum *tölfræði*

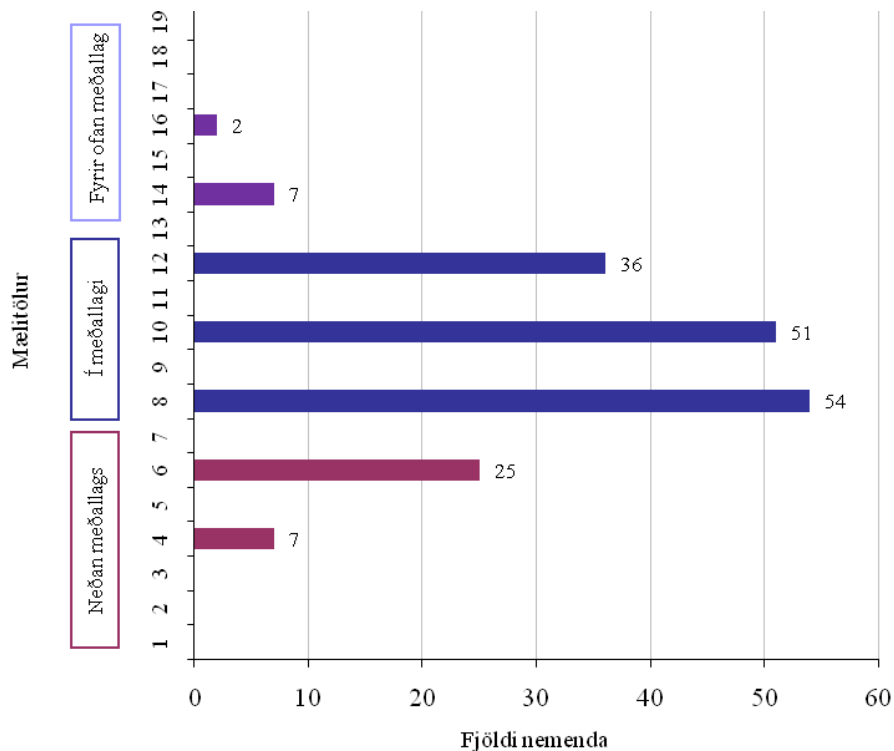
Hæsta meðaltalið í *tölfræði* var 15,3 og mældist í skóla 6. Þrír nemendur voru á bakvið meðaltalið. Lægsta meðaltalið var 6,0. Meðaltöl skólanna í *tölfræði* má sjá á mynd 16.



Mynd 16. Meðaltal skóla á prófpættinum *tölfræði*

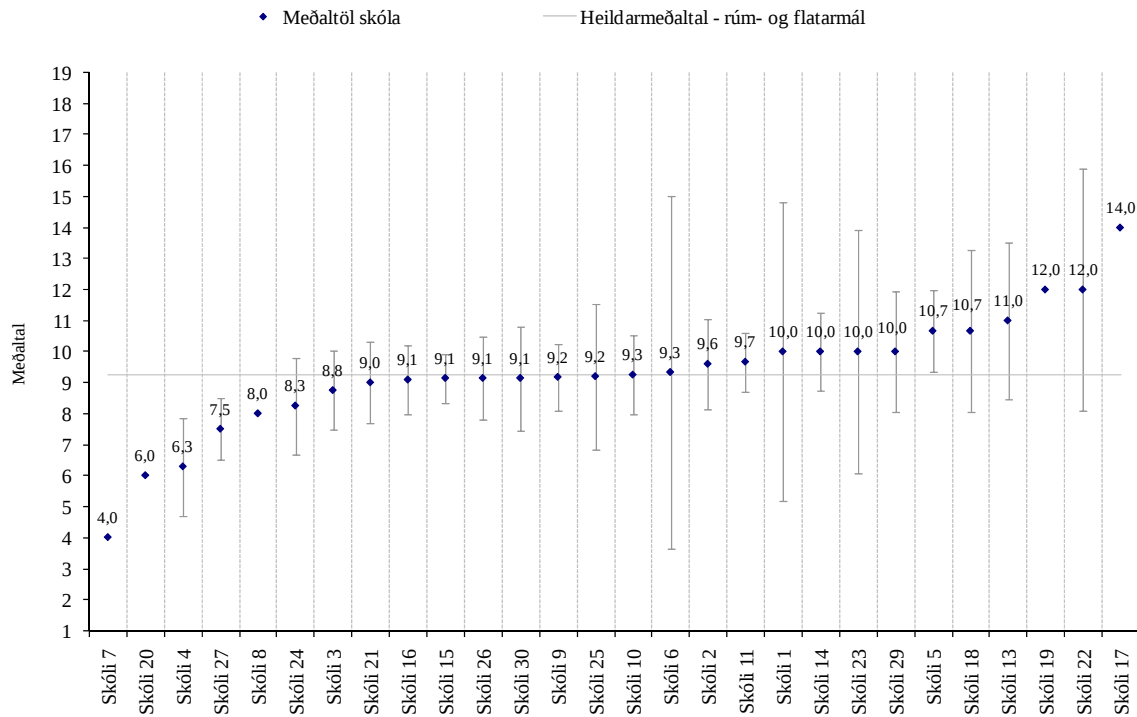
Bæði kynin voru með meðaltalið 9,2 í *tölfræði*.

Næstsíðasti prófþátturinn í þrepi III er *rúm- og flatarmál* og sýnir mynd 17 dreifingu nemenda eftir því hvaða mælitölu þeir fengu. Rúm 82% nemenda voru með mælitölu *í eða yfir meðallagi* en tæp 18% *undir meðallagi*. Hlutfall þeirra sem fengu mælitölu *í eða yfir meðallagi* hefur lækkað miðað við síðustu tvö ár. Meðaltal hópsins í *rúm- og flatarmáli* er 9,2 og hefur lækkað mest miðað við árið á undan því árið 2007 var meðaltalið 0,6 hærra eða 9,8. Lækkunin frá 2006 nemur 1,2 því þá var meðaltalið 10,4. Meðaltalið fyrir árið 2008 telst vera *í meðallagi*.



Mynd 17. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *rúm- og flatarmál*

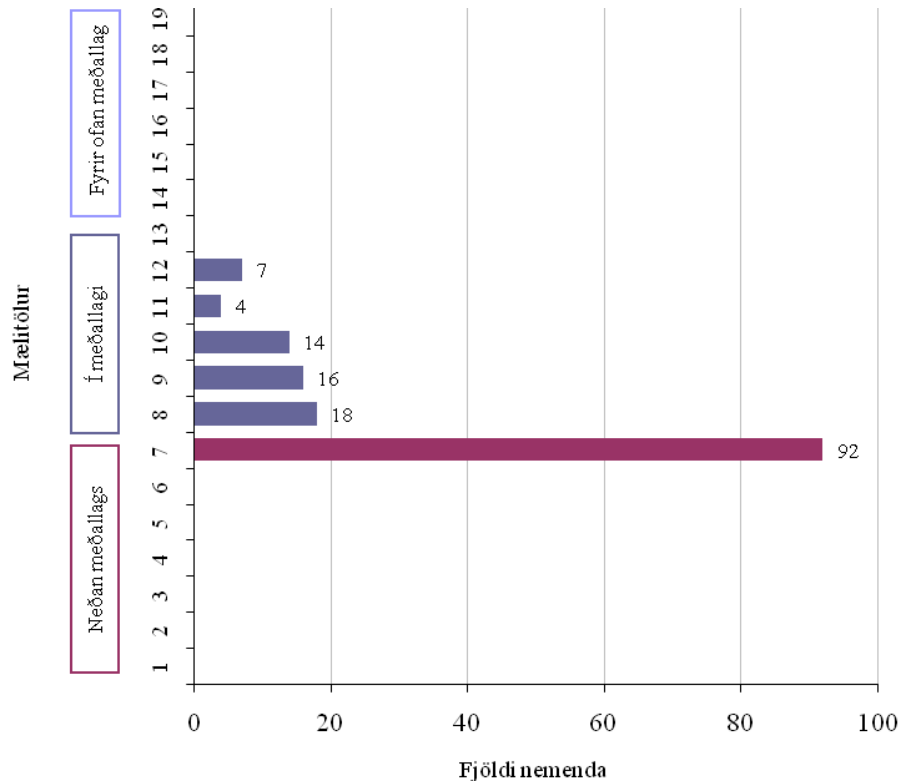
Á mynd 18 má sjá meðaltöl skóla. Hafa ber í huga að í nokkrum tilvikum eru einungis 1-2 nemendur bakvið tölu skólans.



Mynd 18. Meðaltal skóla á prófþættinum rúm- og flatarmál

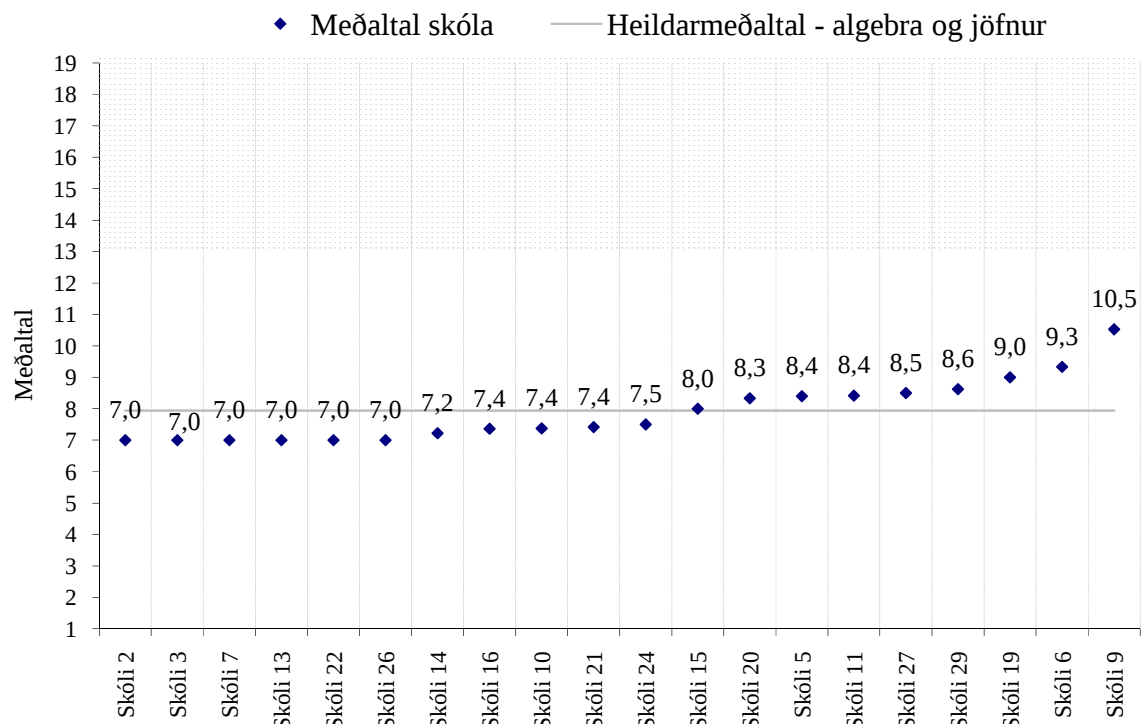
Meðaltal stúlkna í rúm- og flatarmáli var 9,3 en 9,2 hjá drengjum. Munurinn var ekki marktækur.

Á mynd 19 má sjá dreifingu nemenda eftir því hvaða mælitölu þeir fengu í prófþættinum *algebra og jöfnur*, en þátturinn er sá seinasti í þrepi III. Aðeins 151 nemandi fór í gegnum *algebru og jöfnur*, en ekki 182 eins og með hina prófþættina fjóra í þrepi III. Niðurstaðan var að rúm 39% voru með mælitölu í meðallagi, en 61% undir meðallagi. Enginn var með mælitölu yfir meðallagi. Þetta er lakari niðurstaða en árin tvö á undan því árið 2007 voru 62% nemenda með mælitölu í og yfir meðallagi og 58% árið 2006. Meðaltal hópsins er 7,9 og hefur lækkað um 0,4 sé miðað við árin 2007 og 2006. Meðaltalið nú er rétt fyrir neðan meðallag.



Mynd 19. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *algebra og jöfnur*

Meðaltölin í *algebru og jöfnum* má sjá á mynd 20. Hæsta gildið er 10,5 í skóla 9 en þar eru 17 nemendur á bakvið meðaltalið. Sex skólar eru með lægsta gildið sem er gildið 7,0.



Mynd 20. Meðaltal skóla á prófþættinum *algebra og jöfnur*

Meðaltal stúlkna í *algebru og jöfnum* var 8,1 en drengja 7,8. Munurinn var ekki marktækur.

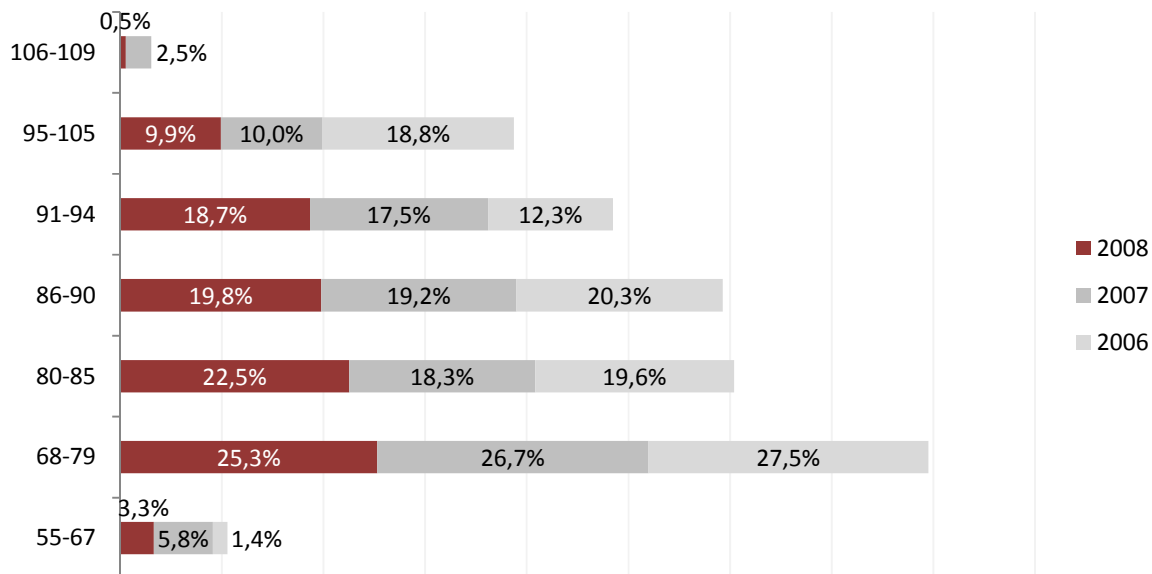
Nemendur sem þurfa sérstakan stuðning

Fyrir þá nemendur sem fara í gegnum öll þrjú þrepin er reiknuð heildartala til að sjá hverjir eru líklegir til að þurfa stuðning í stærðfræði. Miðað er við að nemendur sem fá **heildartöluna 85 eða lægri**, þurfi stuðning. Eins og sjá má á mynd 25 eru 3% þeirra nemenda sem fóru í gegnum öll þrepin árið 2008, með heildartölu á bilinu 55-67, 25% með heildartölu á bilinu 68-79 og 23% með tölu á bilinu 80-85. Samtals voru því 51% þessara nemenda undir viðmiðunarmörkunum.

Haustið 2007 var hlutfallið einnig 51% en árið 2006 var það 49%. Samkvæmt stöðlun prófsins ætti um það bil helmingur hópsins sem fer í gegnum öll þrep skimunarinnar, að vera með 85 eða lægra í heildartölu. Niðurstöðurnar nú, eins og árin tvö á undan, passa við það.

Alls eru 93 nemendur á bakvið þessi 51% sem hafa heildartölu 85 eða lægri en það eru 8,3% alls nemendahópsins sem tók Talnalykil árið 2008. Árið 2007 var hlutfallið 7,1% og árið 2006 var það 7,7%. Hlutfallið nú er því hærra en það var árin tvö þar á undan.

Samkvæmt stöðlun prófsins ættu 12,6% af nemendahópnum að þurfa stuðning í stærðfræði, en hlutföllin fyrir þessi þrjú ár eru töluvert lægri en það. Á það skal bent að seinasti prófþáttur þriðja þreps, *algebra og jöfnur*, var ekki lagður fyrir í nokkrum skólanna, en sama hefur verið uppi á teningnum í fyrri skimunum. Þetta lækkar heildartöluna og líklegt er að niðurstöður yrðu á þann veginn að enn færri væru í hópnum ef prófþátturinn hefði verið lagður fyrir samkvæmt fyrirmælum.

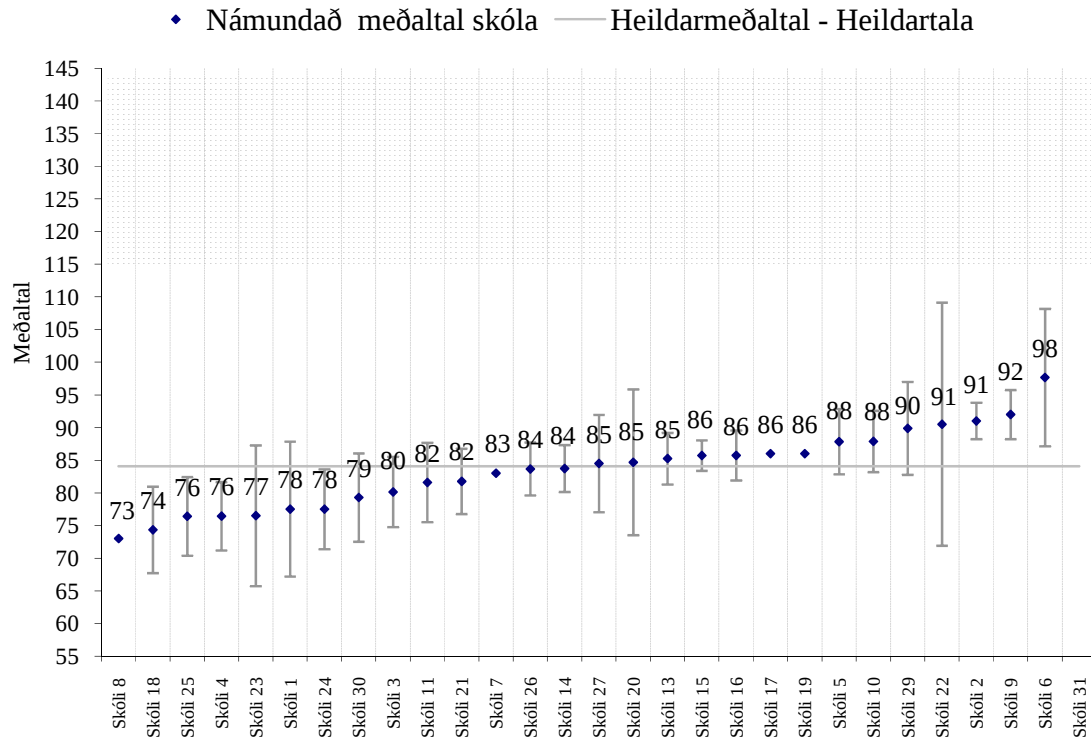


Mynd 21. Hlutfall nemenda sem fóru í gegnum öll þrjú þrep skimunarinnar eftir heildartölu.

Af þeim 93 sem líklega þurfa á stuðningi að halda nú, eru 49 stúlkur en 44 drengir. Af öllum þátttakendum 1.118 þýðir þetta að 8,8% stúlkanna og 7,8% drengjanna þurfa líklega á stuðningi í stærðfræði að halda.

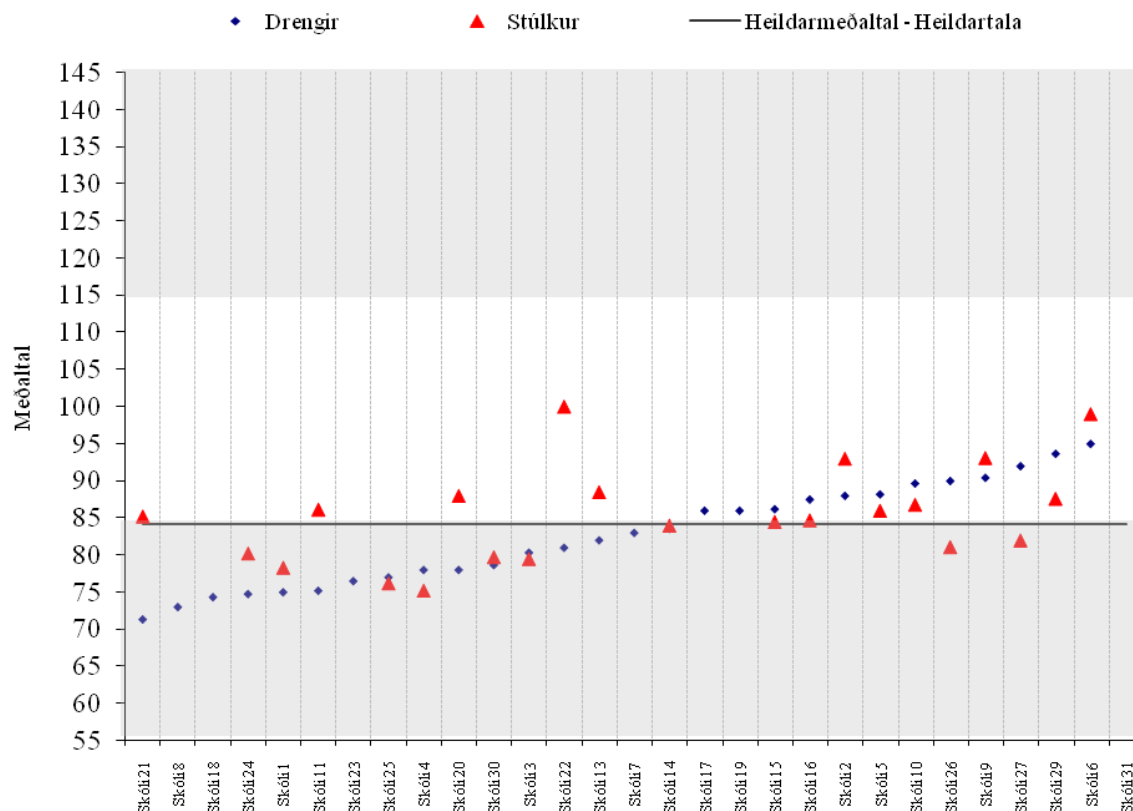
Samkvæmt stöðlun Talnalykils má búast við að meðaltal heildartölu sé á bilinu 85-115, þ.e. ef *allir* þátttakendur taka þátt í þriðja þrepinu. Ef meðaltal heildartölu er lágt hafa aðeins þeir allra slökustu farið í gegnum þriðja þrep skimunarinnar. Ef meðaltalið er hátt hafa tiltölulega margir sem ekki eru slakir, farið í gegnum þriðja þrep skimunarinnar. Meðaltalið fyrir árið 2008 er 84,1 sem þýðir að aðeins þeir allra slökustu hafa farið í gegnum þriðja þrepið. Þetta er hinsvegar misjafnt eftir skólum, eins og sjá má á mynd 22, en þar má sjá meðaltölin og

vikmörk þeirra. Sú mynd sýnir hvernig skimunin hefur virkað í einstökum skólum. Hæsta meðaltal heildartölu er 97,7 í skóla 6.



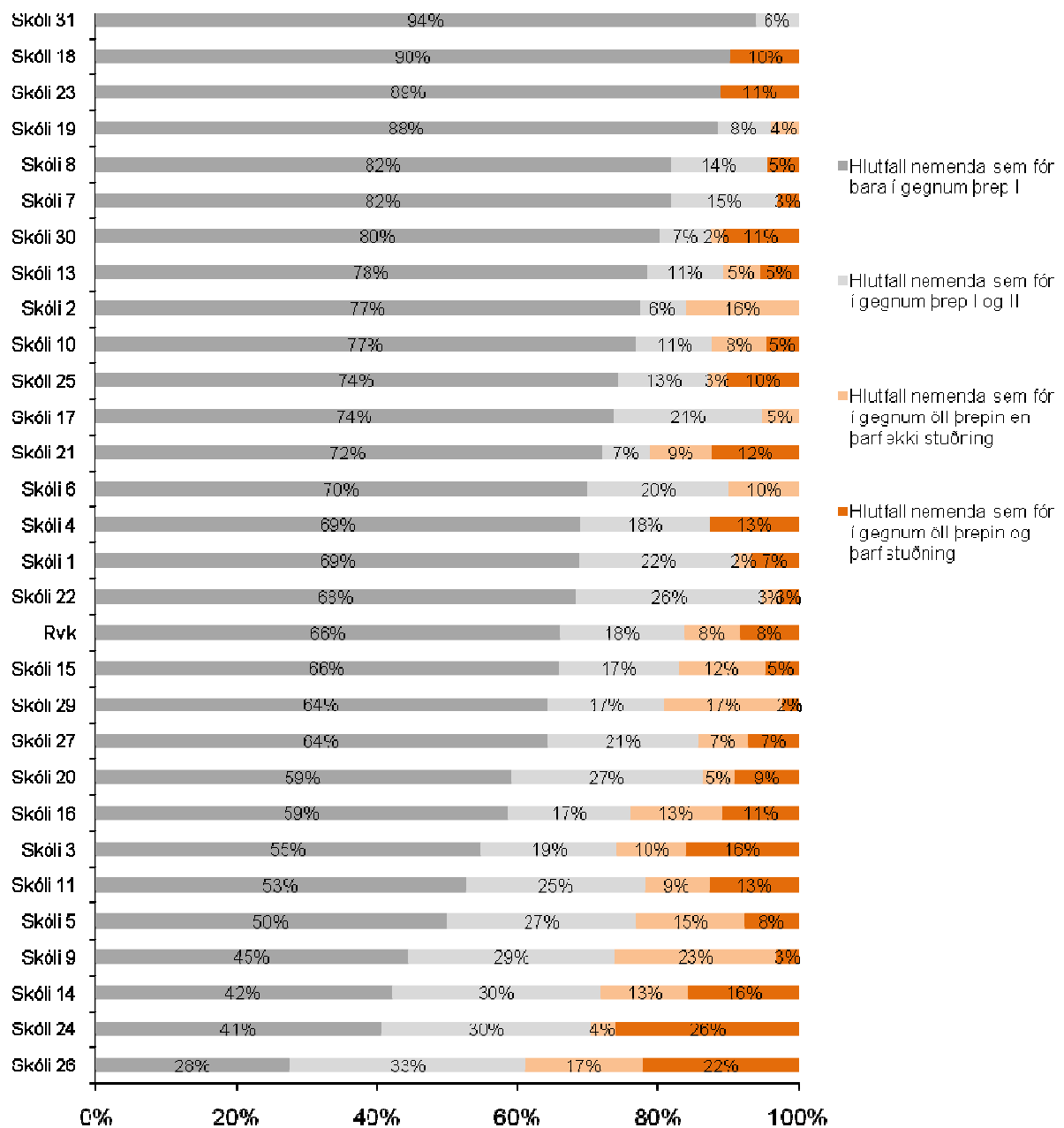
Mynd 22. Meðaltöl einstakra skóla í heildartölum þriðja þreps.

Á mynd 23 er meðaltölum skipt niður eftir kyni. Meðaltal stúlkna var 84,9 en meðaltal drengja 83,1.



Mynd 23. Meðaltöl skóla eftir kyni í heildartölum þriðja þreps

Á mynd 24 sést eftir einstökum skólum, hve stórt hlutfall nemenda af heildarfjölda er líklegt til að þurfa hjálp í stærðfræði. Eins og áður sagði þurfa í heildina rúm 8% á stuðningi að halda samkvæmt niðurstöðum skimunarinnar, en munur er á skólum hvað þetta varðar. Í fimm skólum eru t.d. engir sem þurfa á stuðningi að halda en í skóla 24 þurfa 26% þeirra sem þreyttu skimunina á stuðningi að halda. Í Reykjavík allri þarf helmingur þess nemendahóps sem fór í gegnum öll þrepin, á stuðningi í stærðfræði að halda. Í þessum nemendahópi er líka munur á skólunum. T.d. fóru 16% þeirra sem þreyttu prófið í skóla 2 í gegnum þriðja þrep, en enginn þeirra þarf á stuðningi að halda samkvæmt viðmiðum skimunarinnar. Í skóla 24 fóru hinsvegar 30% nemenda í gegnum öll þrepin og langflestir þeirra þurfa á stuðningi að halda. Aftur ber að hafa í huga að í mörgum skólanna er um fáa nemendur að ræða sem standa að baki þessum prósentutölum.



Mynd 24. Hlutfall nemenda eftir skólum og þrepum, auk hlutfalls nemenda sem þurfa á stuðningi að halda í stærðfræði.

Samantekt og nýting niðurstaðna

Aldrei hafa fleiri skólar tekið þátt í stærðfræðiskimuninni Talnalykli í Reykjavík en árið 2008. Samtals voru 29 af 33 skólum með og þar af þrír í fyrsta skipti. Að sama skapi hafa nemendur aldrei verið fleiri en þeir voru 1.118 eða 76% nemenda í 3. bekk í grunnskólum Reykjavíkur skólaárið 2008-2009.

Um 66% nemenda náðu settu viðmiði í þrepi I og eru því ólíklegir til að þurfa á sérstakri aðstoð í stærðfræði að halda. Um 18% nemenda náðu settu viðmiði í þrepi II og teljast því ekki í mikilli áhættu hvað varðar námsörðugleika í stærðfræði. Um 16% nemenda fór í gegnum þrep III og um helmingur þeirra telst þurfa á sérstakri aðstoð að halda í stærðfræði eða 8,3% af nemendahópnum í heild. Hlutfallið nú er herra en það hefur verið seinustu tvö ár en það var 7,1% árið 2007 og 7,7% árið 2006. Samkvæmt þeim viðmiðunum sem stuðst er við ætti þessi hópur að vera um 92% þeirra nemenda sem líklega munu þurfa sérkennslu í stærðfræði.

Af einstökum prófþáttum hefur meðaltal lækkað í fimm af sjö á milli ára. Í einum prófþáttanna var meðaltalið það sama og það var árið 2007 og í einum hafði það hækkað. Meðaltalið í *reikningi og aðgerðum*, sem er sá prófþáttur sem allir taka, var 10,6 og hefur lækkað um 0,2 frá árinu áður. Meðaltalið í *tölum* var 9,2 og hefur einnig lækkað um 0,2 frá könnuninni 2007. Í fjórum af þeim fimm prófþáttum sem eru í þrepi III var meðaltal nemenda innan þeirra marka sem telst vera meðalárangur. Í *mælingum* var árangurinn, eins og undanfarin ár, fyrir neðan meðallag. Meðaltalið í *mælingum* var það eina af öllum prófþáttunum sjö sem hækkaði frá árinu áður. Í þrepi III komu nemendur best út í *tölfræði og rúm- og flatarmáli*, en í báðum tilvikum var meðaltalið 9,2. Meðaltalið í síðarnefnda prófþættinum lækkaði hinsvegar um 0,6 á milli ára, en það er mesta sveifla á milli skimanna hvað einstaka prófþætti varðar.

Niðurstaðan í skimuninni er misjöfn eftir skólum og hlutfall þeirra sem þurfa á stuðningi að halda í stærðfræði er breytilegt. Í fimm skólum þurfti enginn stuðning samkvæmt skimunni, en í einum skólanna þarf u.þ.b. fjórðungur nemenda stuðning. Drengir höfðu herra meðaltal en stúlkur í þrepi I og II þó munurinn sé einungis marktækur í fyrra þrepinu. Stúlkur höfðu hinsvegar örlítið herra meðaltal í öllum prófþáttum þriðja þrepsins en fleiri stúlkur (tæp 9%) þurftu stuðning í stærðfræði en drengir (tæp 8%).

Markmið skimunarinnar er að finna þá einstaklinga sem þurfa á stuðningi að halda í stærðfræðinámi. Í kjölfar útgáfu þessarar heildarskýrslu fær hver grunnskóli senda skýrslu með niðurstöðum sinna nemenda. Æskilegt er að kennarar nýti þessar niðurstöður til að gera áætlun um stærðfræðikennslu út frá stöðu hvers nemanda og ákvarða hvaða einstaklingar þurfa á sérkennslu í stærðfræði að halda. Þessir nemendur vinni eftir einstaklingsáætlun í stærðfræði þar sem tekið er tillit til veikra og sterkra þátta í stærðfræðipækkingu þeirra. Einnig er mikilvægt að nýta þær vísbendingar sem hér koma fram og í skýrslum einstakra skóla, um hvað hefur gefið góða raun í stærðfræðikennslu og hvað þarfnast úrbóta.

Niðurstöðurnar er bæði hægt að nýta til að breyta áherslum í kennslu heilla bekkja og ekki síður til að styðja einstaka nemendur. Ef niðurstöður gefa til kynna að skilning vanti á einhverjum grunnhugtökum stærðfræðinnar, er hægt að grípa strax inn í til að nemendur geti náð árangri.

Samkvæmt sérkennslukönnun frá 2005 (*Sérkennsla í grunnskólum Reykjavíkur*, 2005) nær sérkennsla í stærðfræði hámarki í sjöunda bekk, en þar eru nýttar 15,5% af heildarsérkennslustundum í stærðfræði. Í 3. bekk eru aðeins nýtt 8,3% og í 4. bekk 10,5%. Skólar geta nýtt sér niðurstöður skimunarprófsins í 3. bekk til að setja sérkennslu í stærðfræði sterkar inn í 4. og 5. bekk, en virðist vera gert samkvæmt ofangreindri sérkennslukönnun.

Niðurstöður úr prófþættinum *mælingar* gefa til kynna að nokkur hluti nemenda í öllum skólum skilji ekki hugtök eins og dagar/vikur/mán/ár, mm/cm/m/km og sek/mín/klst. Enn skal á það bent að aðeins hluti nemendahópsins tók þennan námsþátt og niðurstöðurnar gefa því ekki upplýsingar um færni alls nemendahópsins. Það er þó ljóst að nemendahópurinn sem líklegastur er til að þurfa stuðning í stærðfræði, stendur sig lakar í þessum námsþætti en öðrum. Því er vert að skoða sérstaklega hvernig unnið er með mælingar í skólastofunni og einnig hvort þessir nemendur þurfa sérstaka aðstoð við að tileinka sér þessi hugtök.

Þessar niðurstöður má ekki síður nýta við heildarskipulag stærðfræðináms, s.s. með sjálfstæðum verkefnum sem höfða til áhugasviðs og getu einstakra einstaklinga. Einnig með tímabundinni getuskiptingu hópa, þar sem nemendur vinna markvisst að þjálfun ákveðinna atriða og þátta stærðfræðinnar. Í stærðfræðináminu, sem og öðru námi, ætti að hafa að leiðarljósi einstaklingsmiðað nám og samvinnu nemenda. Einnig ætti að nýta fjölbreyttar námsleiðir til að koma sem best til móts við veika og sterka þætti einstakra nemenda, í samræmi við einstaklingsáætlun sem þeir móta í samstarfi við kennara og foreldra.

Heimildaskrá

Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði (2007). Reykjavík: Menntamálaráðuneytið.

Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnelsson (1998a). *Talnalykill. Mælitölur, vikmörk og matsreglur fyrir hóppróf*. Reykjavík: Rannsóknastofnun uppeldis- og menntamála.

Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnelsson (1998b). *Talnalykill. Staðal- og markbundið próf í stærðfræði handa 1.-7. bekk. Handbók*. Reykjavík: Rannsóknastofnun uppeldis- og menntamála.

Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnelsson (2003). *Skilvirkni skimunar með Talnalykli: Leit að slökum nemendum í stærðfræði*. Sálfræðiritið, 8.

Sigurbjörg J. Helgadóttir o.fl. *Sérkennsla í grunnskólum Reykjavíkur*. 2005 (skýrsla í vinnslu). Reykjavík: Menntasvið Reykjavíkurborgar.

Starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík 2004. Reykjavík. Fræðslumiðstöð Reykjavíkur.

Talnalykill. Heimasíða Námsmatsstofnunar, www.namsmat.is, Talnalykill.