

Stærðfræðiskimun

-3. bekkur vorið 2005-

Birna Sigurjónsdóttir
Hildur Björk Svavarsdóttir
Ólafur Magnússon

Menntasvið Reykjavíkur
2005

Efnisyfirlit

INNGANGUR	5
AÐFERÐ.....	7
Úrtak og svörun.....	7
Tæki	7
Framkvæmd	8
Úrvinnsla.....	8
NIÐURSTÖÐUR	11
Þrep I: Reikningur og aðgerðir	14
Þrep II: Tölur.....	16
Þrep III: Mælingar, stærðfræðiheiti, tölfræði, rúm- og flatarmál, algebra og jöfnur	18
Nemendur sem þurfa sérstakan stuðning	28
SAMANTEKT OG NÝTING NIÐURSTAÐNA	31
HEIMILDASKRÁ	33

Tölur og myndir

Tafla 1. Prófbættir, tegund fyrirlagnar og nemendahópur sem fer í hvert þrep	7
Tafla 2. Fjöldi nemenda eftir skólum og hlutfall nemenda sem fór í gegnum hvert þrep.....	11
Tafla 3. Fjöldi nemenda sem fóru í gegnum hvern prófbátt eftir kyni.....	13
Mynd 1. Meðalmælitölur í hverju þrepi.....	12
Mynd 2. Meðalmælitölur á hverjum prófbætti eftir því hvaða prófhluta nemendur luku.....	12
Mynd 3. Meðalmælitölur á hverjum prófbætti 2003 og 2005 - öll þrepin í Talnalykli.....	13
Mynd 4. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófbættinum <i>reikningur og aðgerðir</i>	14
Mynd 5. Meðaltal einstakra skóla á prófbættinum <i>reikningur og aðgerðir</i>	15
Mynd 6. Meðaltal einstakra skóla á prófbættinum <i>reikningur og aðgerðir</i> eftir kyni.....	15
Mynd 7. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófbættinum <i>tölur</i>	16
Mynd 8. Meðaltal einstakra skóla á prófbættinum <i>tölur</i>	17
Mynd 9. Meðaltal einstakra skóla á prófbættinum <i>tölur</i> eftir kyni.....	17
Mynd 10. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófbættinum <i>mælingar</i>	18
Mynd 11. Meðaltal einstakra skóla á prófbættinum <i>mælingar</i>	19
Mynd 12. Meðaltal einstakra skóla á prófbættinum <i>mælingar</i> eftir kyni	19
Mynd 13. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófbættinum <i>stærðfræðiheiti</i>	20
Mynd 14. Meðaltal einstakra skóla á prófbættinum <i>stærðfræðiheiti</i>	21
Mynd 15. Meðaltal einstakra skóla á prófbættinum <i>stærðfræðiheiti</i> eftir kyni.....	21
Mynd 16. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófbættinum <i>tölfræði</i>	22
Mynd 17. Meðaltal einstakra skóla á prófbættinum <i>tölfræði</i>	23
Mynd 18. Meðaltal einstakra skóla á prófbættinum <i>tölfræði</i> eftir kyni	23
Mynd 19. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófbættinum <i>rúm- og flatarmál</i>	24
Mynd 20. Meðaltal einstakra skóla á prófbættinum <i>rúm- og flatarmál</i>	25
Mynd 21. Meðaltal einstakra skóla á prófbættinum <i>rúm- og flatarmál</i> eftir kyni	25
Mynd 22. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófbættinum <i>algebra og jöfnur</i>	26
Mynd 23. Meðaltal einstakra skóla á prófbættinum <i>algebra og jöfnur</i>	27
Mynd 24. Meðaltal einstakra skóla á prófbættinum <i>algebra og jöfnur</i> eftir kyni.....	27
Mynd 25. Hlutfall nemenda sem fór í gegnum öll þrjú þrep skimunarinnar eftir heildartölu.....	28
Mynd 26. Meðalheildartölur eftir skólum.....	29
Mynd 27. Meðalheildartölur eftir skólum og kyni.....	29
Mynd 28. Hlutfall nemenda eftir skólum/þrepi og hlutfall nem. sem þurfa sérstakan stuðning .30	

Inngangur

Tölulegar upplýsingar og stærðfræði er mikilvægur þáttur í daglegu lífi fólks. Margar námsgreinar á síðari hluta skólagöngunnar byggja á einn eða annan hátt á stærðfræði og það er því mjög mikilvægt að nemendur nái strax tökum á grunnhugtökum stærðfræðinnar. Í inngangi Aðalnámskrár grunnskóla, stærðfræði frá 1999 segir: „Stærðfræði er svo samofin menningu og þjóðfélagsháttum að lágmarkskunnátta í henni er hverjum manni nauðsynleg til að takast á við daglegt líf og störf og skilja umheim sinn... Um notkun í stærðfræði er það að segja að ekki nægir að miða kunnáttu í starfi við brýnustu þarfir í starfsgreinum eins og þær gerast á hverjum tíma. Miða ætti æskilega kunnáttu við það sem getur nýst fólki í mörgum störfum“ (bls. 5).

Í Starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík 2005 er sett það markmið að staða nemenda í stærðfræði í 3. bekk verði metin með skimun. Niðurstöður verði gefnar út í yfirlitsskýrslu og skýrslum um einstaka skóla (bls. 34). Skimunarpróf eru próf sem notuð eru í því skyni að afmarka þann hóp nemenda sem þarfnast aðstoðar á tilteknu námssviði eða námsgrein. Almennt er talið árangursríkast að finna nemendur snemma á námsferlinum til að unnt sé að bregðast við með sérkennslu eða stuðningi áður en vandinn verður meiri (Starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík 2005; fylgiskjal 34).

Talnalykill, sem er saminn af Einari Guðmundssyni og Guðmundi B. Arnkelssyni (1998) byggir á þeirri hugmynd að hægt sé að flokka kunnáttu í stærðfræði niður í nokkra þætti. Hver kunnáttuþáttur er nokkuð sjálfstæður þannig að slök eða góð frammistaða á einum þætti þýðir ekki nauðsynlega góða eða slaka frammistöðu á öðrum. Skimunarprófið samanstendur af sjö þáttum og á hver þáttur að mæla afmarkaða kunnáttu nemenda í stærðfræði. Fjögur aðalmarkmið prófsins eru að gefa kost á: a) samanburði við aðra nemendur, b) samanburði á kunnáttusviðum fyrir einstaka nemendur, c) greiningu á þeirri sérstöku færni sem einstakir nemendur hafa eða skortir og birtist í frammistöðu á einstökum verkefnum og d) leit að slökum nemendum. Skimunarprófið er staðlað og töluverð reynsla komin á notkun þess og er það líklega eina tækið hérlandis þar sem skimunaraðferð hefur verið þróuð sérstaklega og eiginleikar hennar og árangur rannsakaður. Það skal tekið fram að Talnalykill tekur ekki mið af ákveðnu námsefni í stærðfræði.

Í þessari skýrslu er gerð grein fyrir niðurstöðum Talnalykils í 16 grunnskólum í Reykjavík í febrúar 2005¹. Í starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík fyrir árið 2005 var sett það markmið að skimunarpróf í stærðfræði verði lagt fyrir til að greina stöðu nemenda og skipuleggja út frá niðurstöðunum einstaklingsmiðaðar áherslur í stærðfræðinámi. Í desember 2004 var því sent bréf til allra grunnskóla með þriðja bekk og þeir beðnir um að tilkynna þátttöku í skimuninni, sérstaklega voru þeir skólar hvattir til þátttöku sem reynslu höfðu af notkun þess. Ítrekað var að til að leggja prófið fyrir þyrftu kennarar að hafa lokið námskeiði um fyrirlögn prófsins.

Skimunin samanstendur af þremur þrepum þar sem allir nemendur fara í gegnum fyrsta þrepið. Niðurstöður úr fyrsta þrepi ráða því hvort nemandi tekur annað þrep og svo það

¹ Vegna verkfalls kennara var framkvæmd skimunarinnar frestað um þrjá mánuði, frá nóvember 2004, eins og áætlað var, til febrúar 2005.

þriðja. Flestir þeirra sem eiga í erfiðleikum með að læra stærðfræði eða eru líklegir til að eiga erfitt með að tileinka sér stærðfræði fara í öll þrjú þrep skimunarinnar eða alla sjö prófþættina.

Tilgangur skimunarinnar er að finna þá nemendur sem eru líklegir til að lenda í vanda í stærðfræðinámi og bregðast fljótt við með einstaklingsáætlun og/eða sérkennslu. Niðurstöður móta viðmið til að nota við ákvörðun um að veita nemanda sérkennslu í stærðfræði og nýta þannig mannafla og fjármagn til sérkennslu sem best.

Kennarar geta að hluta til nýtt sér skimunina til að móta sér stefnu fram í tímann fyrir þá nemendur sem verst gengur í stærðfræði.

Aðferð

Úrtak og svörun

Öllum grunnskólum Reykjavíkur var boðin þátttaka í stærðfræðiskimun í febrúar 2005. Alls tóku 16 grunnskólar í Reykjavík þátt í stærðfræðiskimuninni, 15 almennir skólar og einn einkaskóli. Skólarnir eru ekki í beinni númeraröð því ekki tóku sömu skólar þátt að þessu sinni og árið 2003 en sami skóli þarf að hafa sama númer í gegnum öll árin. Prófið var lagt fyrir 626 nemendur og voru strákar heldur í meirihluta eða 322 strákar og 290 stelpur, kyn var ekki tilgreint hjá 14 nemendum. Um 85% nemenda í 3. bekk í þessum 16 skólum tóku þátt í skimuninni.

Tæki

Skimunarprófið *Talnalykill* var notað til að meta kunnáttu nemenda í stærðfræði (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998a). Skimunin fer fram í þremur þrepum. Í þrepi I er prófþátturinn *reikningur og aðgerðir* lagður fyrir nemendur, í þrepi II er prófþátturinn *tölur* lagður fyrir nemendur, í þrepi III eru fimm prófþættir lagðir fyrir nemendur eða *mælingar*, *stærðfræðiheiti*, *tölfræði*, *rúm- og flatarmál*, og *algebra og jöfnur* (tafla 1). Eins og sést á töflu 1 er fyrirlögnin mismunandi eftir prófþáttum. Þrír prófþættir eru lagðir fyrir í hópprófi, *reikningur og aðgerðir*, *rúm- og flatarmál* og *algebra og jöfnur*, en hinir fimm þættirnir eru lagðir fyrir í einstaklingsprófi. Hópprófin má leggja fyrir heila bekk í einu, lítinn hóp nemenda eða jafnvel einstaka nemendur þar sem þeir sitja einir við borð og vinna sjálfstætt. Einstaklingsprófin eru lögð fyrir einn nemanda í einu þar sem prófandi situr gegnt nemandanum og leggur fyrir hann verkefni. Nemandi skráir svör sín í þar til gert verkefnahefti (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998b).

Tafla 1. Prófþættir, tegund fyrirlagnar og nemendahópur sem fer í hvert þrep

Þrep skimunar	Prófþáttur	Fyrirlögn	Nemendahópur
I	Reikningur og aðgerðir	Hóppróf	Allir nemendur
II	Tölur	Einstaklingspróf	Nemendur með mælitöluna ² 9 eða lægri í þrepi I
III	Mælingar	Einstaklingspróf	Nemendur með mælitöluna 9 eða lægri í þrepi II
III	Stærðfræðiheiti	Einstaklingspróf	
III	Tölfræði	Einstaklingspróf	
III	Rúm- og flatarmál	Hóppróf	
III	Algebra og jöfnur	Hóppróf	

Með hverjum prófþætti er metin tiltekin kunnátta og inntak og til samans mynda prófþættirnir sjö eina heildartölu sem er mælikvarði á almenna kunnáttu í stærðfræði. Hægt er að nýta þetta próf á fleiri en einn hátt. Hér er beitt þriggja þrepa skimun til að

² Stigunum sem fást út úr prófinu er breytt yfir í mælitölur eftir stöðluðum töflum. Mælitölur prófþátta eru normaldreifðar og eru á bilinu 1-19 þar sem 10 er meðaltal og staðalfrávik 3. Þetta þýðir að fyrir hvern prófþátt fá um 2/3 hlutar nemenda mælitölu á bilinu 7 til 13 (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998b).

finna þá nemendur sem eiga við stærðfræðierfiðleika að stríða. Með því að ákveða hvar viðmið eru sett má finna þann hóp nemenda sem versta stöðu hefur í stærðfræði³.

Framkvæmd

Tilgangurinn með prófuninni var að finna þá nemendur sem eru slakir í stærðfræði. Haft var samráð við Guðmund B. Arnkelsson, annan höfunda prófsins um kynningu á prófinu fyrir kennurum og fyrirlögn. Prófunin fór þannig fram að prófþátturinn *reikningur og aðgerðir* var lagður fyrir alla nemendur í hópprófi. Þeir nemendur sem fengu mælitöluna 10 eða lægri tóku einnig prófþáttinn *tölur* sem er einstaklingspróf. Þeir nemendur sem fengu mælitöluna 10 eða lægri í *tölum* tóku hina fimm prófþætti Talnalykils sem einstaklingspróf. Prófið gerir almennt ráð fyrir að viðmiðunarmælitölin sé 9 en vegna frestunar á fyrirlögn prófsins að þessu sinni var ákveðið að nota mælitöluna 10 sem viðmið.

Hópprófið var lagt fyrir í kennslustund undir stjórn bekkjarkennara og deildarstjóra sérkennslu. Einstaklingspróf voru lögð fyrir af sérkennara í samstarfi við bekkjarkennara. Niðurstöður einstakra prófþátta fyrir hvern nemanda voru sendar á þar til gerðu eyðublaði til Menntasviðs Reykjavíkurborgar. Niðurstöður voru sendar án þess að nafn nemanda kæmi fram.

Úrvinnsla

Í þessari skýrslu er gerð grein fyrir niðurstöðum skólanna 16 sem tóku þátt í stærðfræðiskimun í febrúar 2005 og samanburður við skimunina í nóvember 2003. Unnið var úr niðurstöðum hvers skóla í einstökum prófþáttum. Stig hvers nemanda voru lögð saman í hverjum prófþætti fyrir sig og þeim breytt í mælitölur.

Fyrir þá nemendur sem tóku alla prófhlutana var reiknuð heildartala⁴. Eftir því sem heildartala er lægri og frammistaða nemanda þar með lakari eru meiri líkur á því að nemandi þurfi sérstaka aðstoð umfram aðra nemendur. Miðað er við að nemandi með 70 í heildartölu (um 2% nemenda) þurfi nær örugglega mikla aðstoð. Nemandi sem er á milli 70 og 85 (um 15% nemenda) er líklegur til að þurfa aðstoð. Því lakari sem frammistaðan er, því sennilegra er að nemandinn þurfi á aðstoð að halda. Nemandi sem er með yfir 85 í

³ Í þessari skimun var viðmiðið 10/10 notað sem vísar til þess að ef nemendur voru með mælitöluna 10 eða færri stig í þrepi I (*reikningur og aðgerðir*) fóru þeir yfir í þrep II (*tölur*) og ef þeir fengu mælitöluna 10 eða lægri í þrepi II fóru þeir yfir í þrep III (*mælingar, stærðfræðiheiti, tölfræði, rúm- og flatarmál, og algebra og jöfnur*) og tóku þar með alla prófþætti skimunarinnar. Þetta viðmið þótti jafngilda 9/9 viðmiðinu sem er venja að nota en samkvæmt skimunarrannsókn frá 2003 þýðir viðmiðið 9/9 að 43% nemenda sem fara í gegnum þrep I fara að jafnaði áfram í þrep II og eftir það um 23% hópsins í þrep III, þ.e. í alla þætti skimunarinnar. Ef viðmið 9/11 hefði verið notað hefðu um 43% nemenda sem fóru í gegnum þrep I farið áfram í þrep II og eftir það um 30% hópsins í þrep III eða alla þætti skimunarinnar. Þannig væri unnt að finna 92% þeirra sem eru í vanda eða munu að öllum líkindum lenda í vanda með nám í stærðfræði (Guðmundur B. Arnkelsson og Einar Guðmundsson, 2003).

⁴ Til að finna heildartölu voru mælitölur allra prófþátta lagðar saman og summunni breytt í heildartölu samkvæmt stöðlun höfunda (Viðauki B). Heildartalan er normaldreifð þar sem meðaltal er 100 og staðalfrávik 15 sem þýðir að um 2/3 nemenda eru með heildartölu á bilinu 85 til 115 (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998b).

heildartölu ætti ekki að þurfa sérstaka aðstoð, þótt alltaf séu einhver tilvik þar sem slíkt er nauðsynlegt.

Tölfræðileg greining í þessari stærðfræðiskimun byggist fyrst og fremst á samanburði meðaltala milli skóla og hvers skóla við heildarmeðaltal⁵. Vikmörk voru reiknuð til að hægt væri að segja með 95% vissu á hvaða bili mælitölur nemenda væru í hverjum skóla eða prófbætti. Vikmörk eru sett inn með meðaltölum á þær myndir sem við á og táknuð með grárri lóðréttri línu.

Dreifing mælitalna var skoðuð í hverjum prófbætti fyrir sig og sett upp í mynd og sést þá normaldreifing mælitalna vel.

Heildartala var reiknuð fyrir þá nemendur sem fóru í gegnum allt prófið og meðalheildartölur bornar saman á milli skóla.

Lögð skal áhersla á að *reikningur og aðgerðir* er eini prófþátturinn sem allur nemendahópurinn tók en um 19% tók að auki prófþáttinn *tölur*. Árangur í öðrum prófþáttum verður að skoða með hliðsjón af því að þar er miðað við hópinn sem hvorki nær viðmiði í hópprófinu né í prófþættinum *tölur* en það voru um 10% nemendanna.

Markmið þessarar úrvinnslu er að finna þá nemendur sem standa illa í stærðfræðinámi. Í niðurstöðukafla er gerð grein fyrir árangri nemenda.

⁵ Munur á milli meðaltala skóla var skoðaður með dreifigreiningu (analysis of variance) sem er próf til að athuga hvort marktækur munur sé á meðaltölum hópa.

Niðurstöður

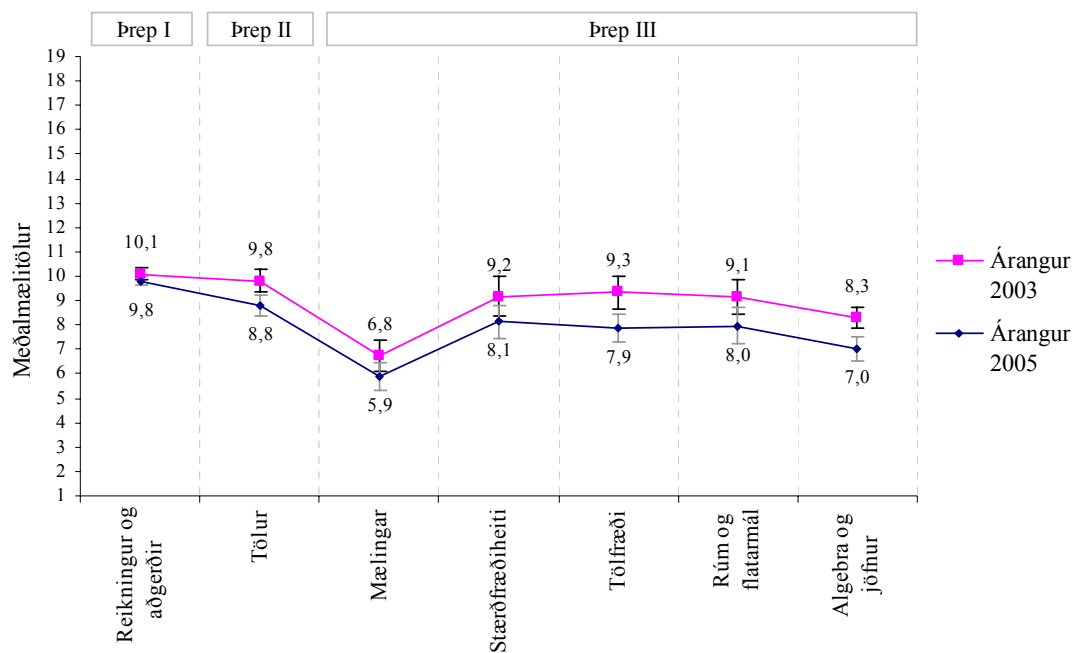
Í töflu 2 kemur fram fjöldi nemenda sem tók þátt í stærðfræðiskimuninni eftir skólum, flestir voru í skóla 4 eða 75 nemendur og fæstir í skóla 12 eða 14 nemendur. Alls tóku 626 nemendur þátt. Tafla 2 sýnir einnig hve hátt hlutfall nemenda fór í gegnum hvert þrep eftir skólum, en mismunandi var eftir skólum hvort nemendur þurftu að fara í gegnum öll þrjú þrepin eða hvort þeir þurftu aðeins að fara í gegnum þrep I eða í gegnum þrep I og II. Til dæmis þurfti enginn nemandi í skóla 12 að fara í gegnum allt skimunarprófið. Í skóla 5 þurftu um 27% nemenda að fara í gegnum öll þrjú þrep skimunarprófsins, 27% nemenda fóru í gegnum þrep I og II og 47% nemenda fóru aðeins í gegnum þrep I.

Tafla 2. Fjöldi nemenda eftir skólum og hlutfall nemenda sem fór í gegnum hvert þrep

Skóli	Heildarfjöldi	Hlutfall nemenda sem tók prófhluta I	Hlutfall nemenda sem tók prófhluta I og II	Hlutfall nemenda sem tók alla þrjá prófhlutana
Skóli 1	27	81,5%	11,1%	7,4%
Skóli 2	50	66,0%	24,0%	10,0%
Skóli 4	75	68,0%	18,7%	13,3%
Skóli 5	15	46,7%	26,7%	26,7%
Skóli 6	21	66,7%	19,0%	14,3%
Skóli 8	33	87,9%	6,1%	6,1%
Skóli 9	68	73,5%	16,2%	10,3%
Skóli 10	45	68,9%	28,9%	2,2%
Skóli 11	66	62,1%	24,2%	13,6%
Skóli 12	14	100,0%	0,0%	0,0%
Skóli 13	36	63,9%	25,0%	11,1%
Skóli 14	20	60,0%	20,0%	20,0%
Skóli 16	64	70,3%	23,4%	6,3%
Skóli 17	28	89,3%	0,0%	10,7%
Skóli 18	30	43,3%	33,3%	23,3%
Skóli 19	34	91,2%	8,8%	0,0%
Samtals	626	70,4%	19,2%	10,4%

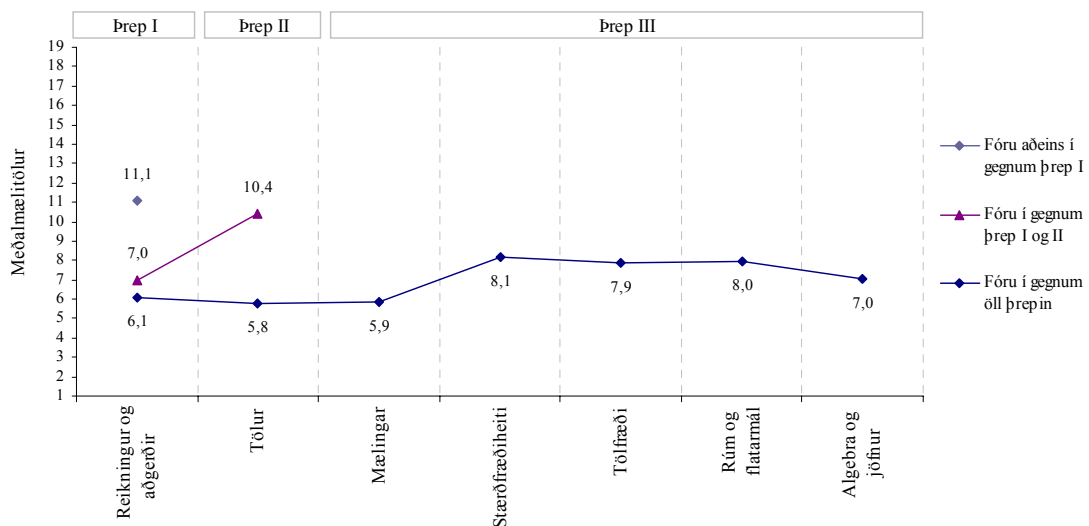
Varasamt er að túlka töflu 2 sem upplýsingar um misgóðan árangur skóla. Fjöldi nemenda sem fór í gegnum öll þrjú skimunarþrepin segir ekki til um hversu margir nemendur eru líklegir til að þurfa á stuðningi eða nánari athugun að halda. Heildarútkoma eða heildartala úr skimunarþrepunum þremur segir til um það. (Sjá frekari umfjöllun á bls. 28.)

Á mynd 1 má sjá meðalmælitölur í hverjum prófpætti. Athygli vekur að prófpátturinn *mælingar* sker sig úr og er eini þátturinn sem er í neðri mörkum miðað við stöðlun prófsins. Í þessu samhengi er rétt að minna á að ekki tóku allir nemendur prófpáttinn *mælingar*. Eini prófpátturinn sem allir nemendur tóku var *reikningur og aðgerðir*, tæplega 30% nemenda tóku prófpáttinn *tölur* og aðrir prófpættir (*mælingar*, *stærðfræðiheiti*, *tölfræði*, *rúm-* og *flatarmál*, og *algebra og jöfnur*) voru aðeins lagðir fyrir um 10% nemenda.



Mynd 1. Meðalmælitölur í hverju þrepi^{6,7)}

Eins og sést á mynd 2 voru nemendur sem aðeins fóru í gegnum þrep I eða prófþáttinn *reikningur og aðgerðir* með mun hærri meðalskor en þeir nemendur sem fóru í gegnum þrep I og II eða með meðalmælitöluna 11,1 á meðan nemendur sem fóru í gegnum þrep I og II voru með 7,0 og nemendur sem fóru í gegnum þrep I, II og III voru með 6,1. Nemendur sem fóru í gegnum þrep I og II voru með meðalskorið 10,4 í prófþættinum *tölur* en nemendur sem fóru í gegnum öll þrepin voru með meðalmælitöluna 5,8 í prófþættinum *tölur*.

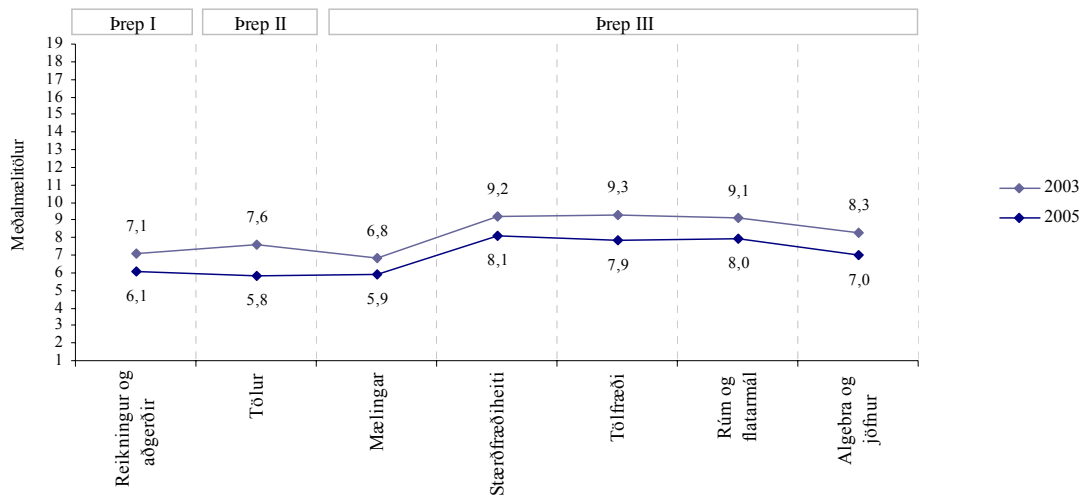


Mynd 2. Meðalmælitölur á hverjum prófþætti eftir því hvaða prófhluta nemendur luku

⁶ Vikmörk eru sett inn með meðaltölum og táknud með grárri lóðréttri línu.

⁷ Hvíta bilið á myndinni milli mælitölu 7 og 13 táknar meðaltal og eitt staðalfrávik frá því. Það þýðir að um 2/3 nemenda ættu að vera á þessu bili.

Þetta er nokkuð lakari niðurstaða en 2003 þegar nemendur sem fóru aðeins í gegnum þrep I fengu 11,8 að meðaltali í *reikningur og aðgerðir* og nemendur sem fóru í gegnum þrep I og II fengu þá 7,9 í sama prófbætti en 11,6 í *tölur*. Á mynd 3 má svo sjá mun milli ára hjá þeim nemendum sem fóru í gegnum öll þrepin.



Mynd 3. Meðalmælitölur á hverjum prófbætti 2003 og 2005 - öll þrepin í Talnalykli

Í töflu 3 má sjá hversu margir nemendur luku hverjum prófbætti fyrir sig eftir kyni og hvaða mælitölu þeir fengu að meðaltali út úr hverjum prófbætti. Hlutfallslega þurftu svipað margir strákar og stelpur að fara í gegnum allt skimunarprófið eða 10,7% stelpna og 10,2% stráka. Um 32% strákanna fóru yfir í þrep II en um 27% stelpnanna.

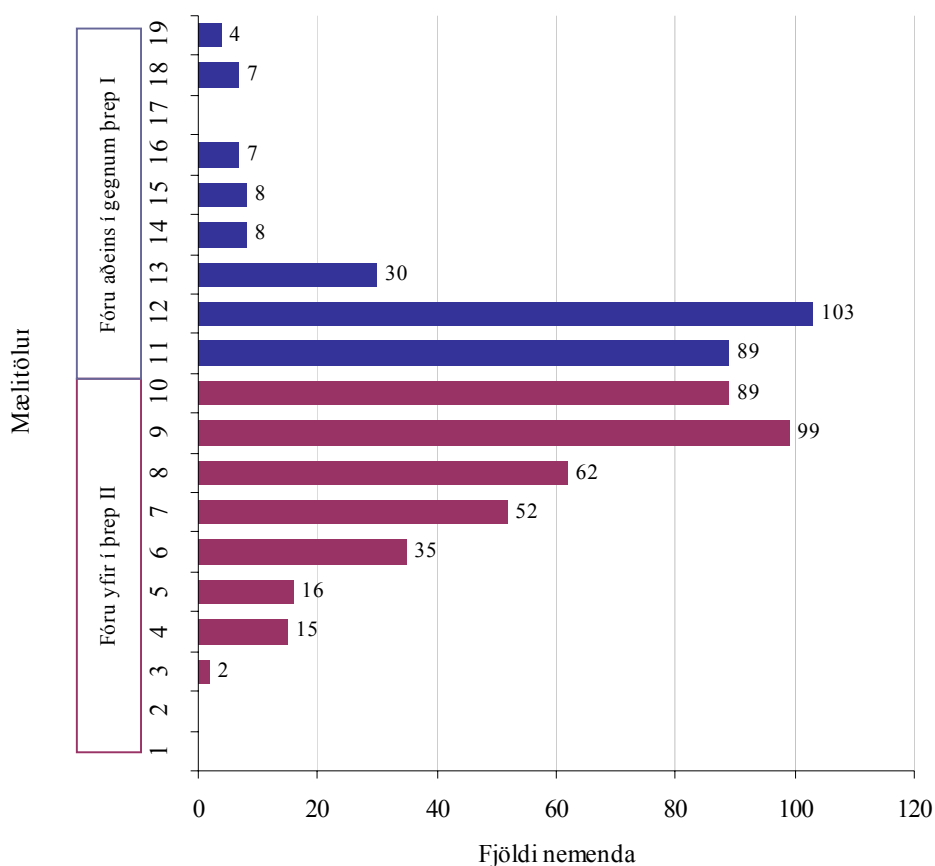
Tafla 3. Fjöldi nemenda sem fóru í gegnum hvern prófbátt eftir kyni⁸

		Heildar- fjöldi	Reikningur og aðgerðir	Tölur	Mælingar	Stærðfræði- heiti	Tölfræði	Rúm- og flatarmál	Algebra og jöfnur
Strákar	Fjöldi	322	100%	32,0%	10,2%	10,2%	10,2%	10,2%	10,2%
	Meðaltal		9,6	8,8	5,6	7,0	7,2	7,7	6,6
	Staðalfrávik		2,8	2,9	2,6	2,6	2,5	3,0	1,1
Stelpur	Fjöldi	290	100%	27,2%	10,7%	10,7%	10,7%	10,7%	10,7%
	Meðaltal		9,9	8,8	6,2	9,3	8,5	8,2	7,5
	Staðalfrávik		2,5	2,5	1,9	2,5	2,0	3,3	2,4
Samtals	Fjöldi	612	100%	29,7%	10,5%	10,5%	10,5%	10,5%	10,5%
	Meðaltal		9,8	8,8	5,9	8,1	7,9	8,0	7,0
	Staðalfrávik		2,7	2,8	2,3	2,8	2,3	3,1	1,9

⁸ Í skóla 12 voru 14 nemendur þar sem svarblöð voru ekki merkt eftir kyni.

Þrep I: Reikningur og aðgerðir

Allir nemendur fóru í gegnum þrep I, prófþáttinn *reikningur og aðgerðir*, 626 nemendur. Á mynd 4 má sjá hvernig árangur nemenda dreifðist. Um 71% nemenda fengu mælitöluna 11 eða hærri og þurftu því ekki að fara yfir í næsta þrep. Munur var á stelpum og stráka en um 67% stráka og um 73% stelpna þurftu ekki að fara yfir í þrep II.⁹ Þessi munur var þó ekki tölfræðilega marktækur. Árið 2003 fengu um það bil 59% nemenda mælitöluna 10 eða hærri sem var viðmiðið það ár en hlutfall stráka og stelpna var svipað. Þau 19% nemenda sem fengu mælitöluna 10 eða lægri fóru yfir í þrep II, prófþáttinn *tölur*.



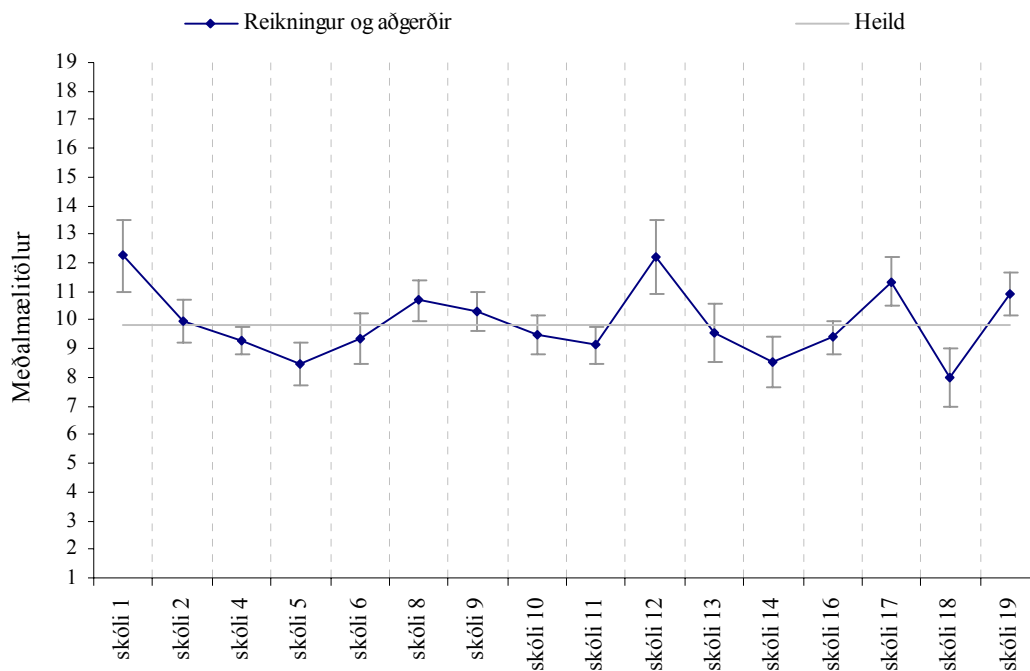
Mynd 4. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *reikningur og aðgerðir*

Þegar meðalskor skólanna er skoðað með dreifigreiningu sést að það er munur eftir skólum¹⁰. Við nánari athugun kemur þó í ljós að munurinn er ekki á milli allra skóla, t.d. var árangur nemenda í skóla 1 marktækt betri en nemenda við 13 aðra skóla og í skóla 12 var árangurinn marktækt betri en í 11 öðrum skólum. Skólar 1 og 12 voru með mun

⁹ Eins og áður sagði var viðmiðunarmælitala nú 10 en ekki 9 eins og 2003.

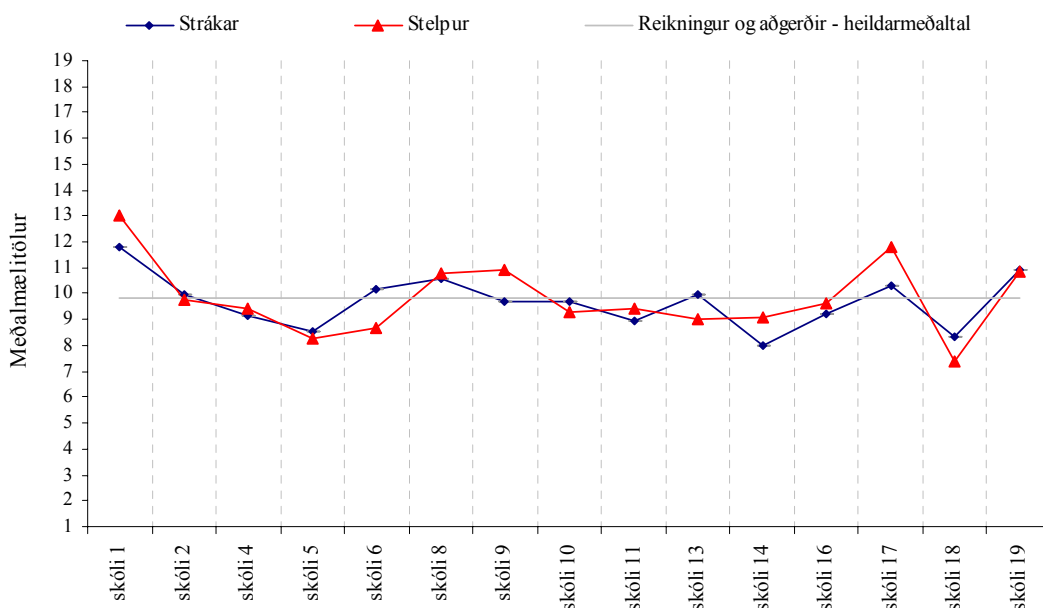
¹⁰ $F_{15,627}=6,56$; $p\leq 0,001$

hærra meðalskor en hinir eða mælitölu í kringum 12 sem er í góðu meðallagi. Í hinum skólunum var meðalskor milli 8 og 11 (mynd 5).



Mynd 5. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *reikningur og aðgerðir*

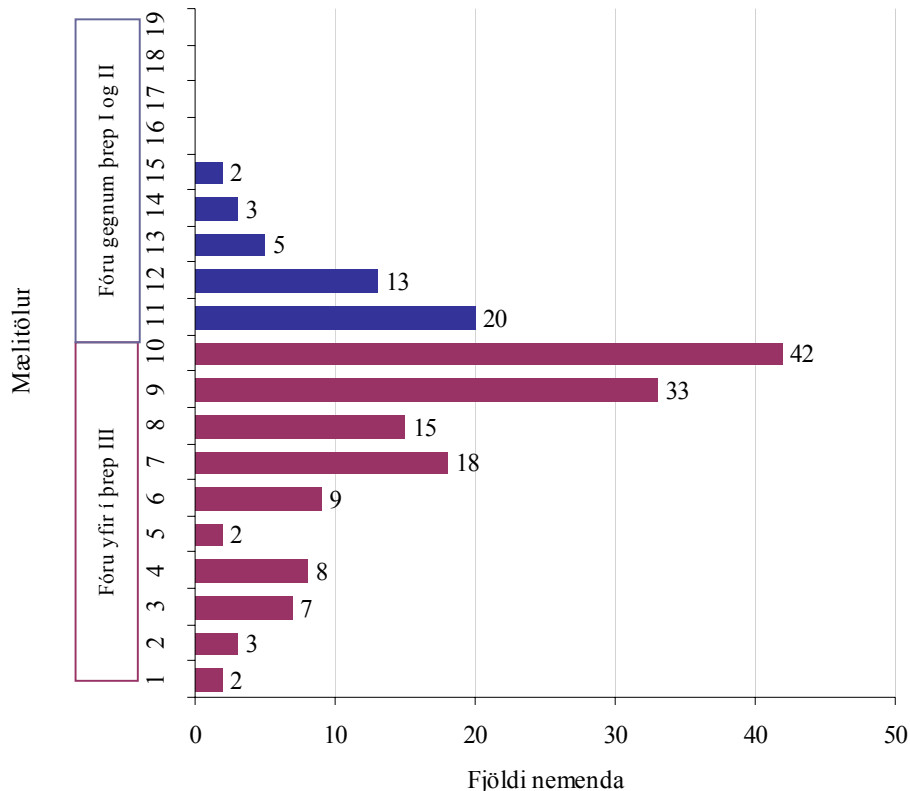
Á mynd 6 sést munur á meðaltölum stráka og stelpna í prófþættinum *reikningur og aðgerðir* eftir skólum. Í 8 skólum voru stelpur með hærri meðaltal en strákar voru með hærri meðaltal í 7 skólum. Í einum skóla var meðaltal stráka og stelpna jafnt. Í heildina var meðalmælitölu nokkuð jöfn milli kynja en hún var 9,6 hjá strákunum og 9,9 hjá stelpunum. Skóla 12 er sleppt þar sem prófblöð voru ekki merkt m.t.t. kyns.



Mynd 6. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *reikningur og aðgerðir* eftir kyni

Þrep II: Tölur

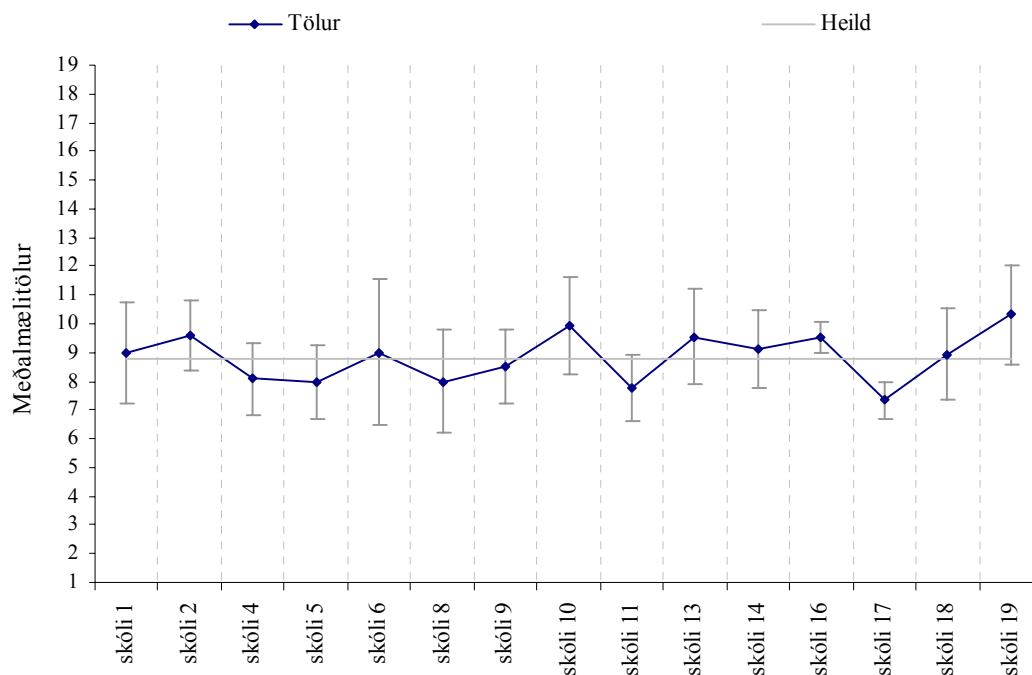
Um 29% nemenda fóru í gegnum þrep II, prófþáttinn *tölur* eða 183 nemendur¹¹. Á mynd 7 má sjá hvernig árangur nemenda dreifðist. Tæplega 65% þessara nemenda fengu mælitöluna 11 eða hærri og þurftu því ekki að fara yfir í prófhluta III. Þau 36% nemenda sem fengu mælitöluna 10 eða lægri fóru yfir í þrep III sem samanstendur af 5 prófþáttum: *mælingum*, *tölfræði*, *stærðfræðiheitum*, *rúm-* og *flatarmáli* og *algebru*.



Mynd 7. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *tölur*

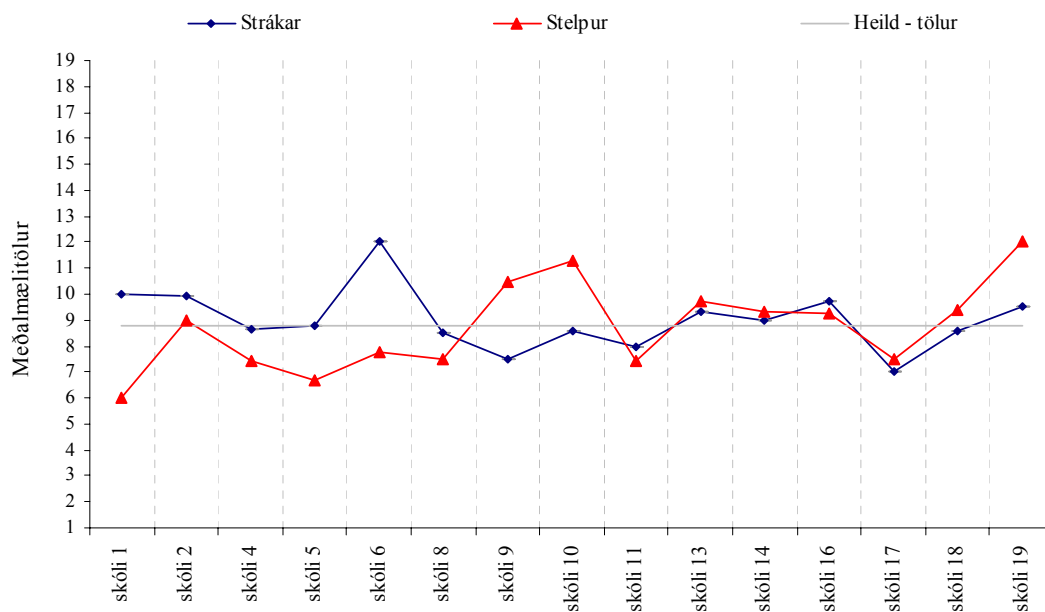
Þegar meðalskor er skoðað með dreifigreiningu kom í ljós að ekki reyndist marktækur munur í heildina. Ef einstakir skólar voru teknir út mátti finna marktækan mun á skóla 11 og skóla 2, 10 og 16 og skóla 4 og skóla 10. Þrátt fyrir að einstakir skólar hafi hærri eða lægra meðalskor voru nemendur það fáir að ekki var tölfræðilega marktækur munur. Meðalskor skólanna í *tölum* var 8,8, lægst var það 7,3 og hæst 10,3 (mynd 8). Vikmörkin er misjöfn innan skólanna, bæði vegna mismunandi dreifingar og einnig vegna þess að mismargir nemendur standa að baki meðaltalstölum.

¹¹ Enginn nemandi úr skóla 12 tók prófþáttinn *tölur*.



Mynd 8. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum *tölur*

Á mynd 9 má sjá mun á meðaltölum stelpna og stráka í prófpættinum *tölur* eftir skólum. Meðalmælitala stráka og stelpna var sú sama eða 8,8. Strákar voru með hærri mælitölu að meðaltali í 8 skólum en stelpur í 7 skólum.

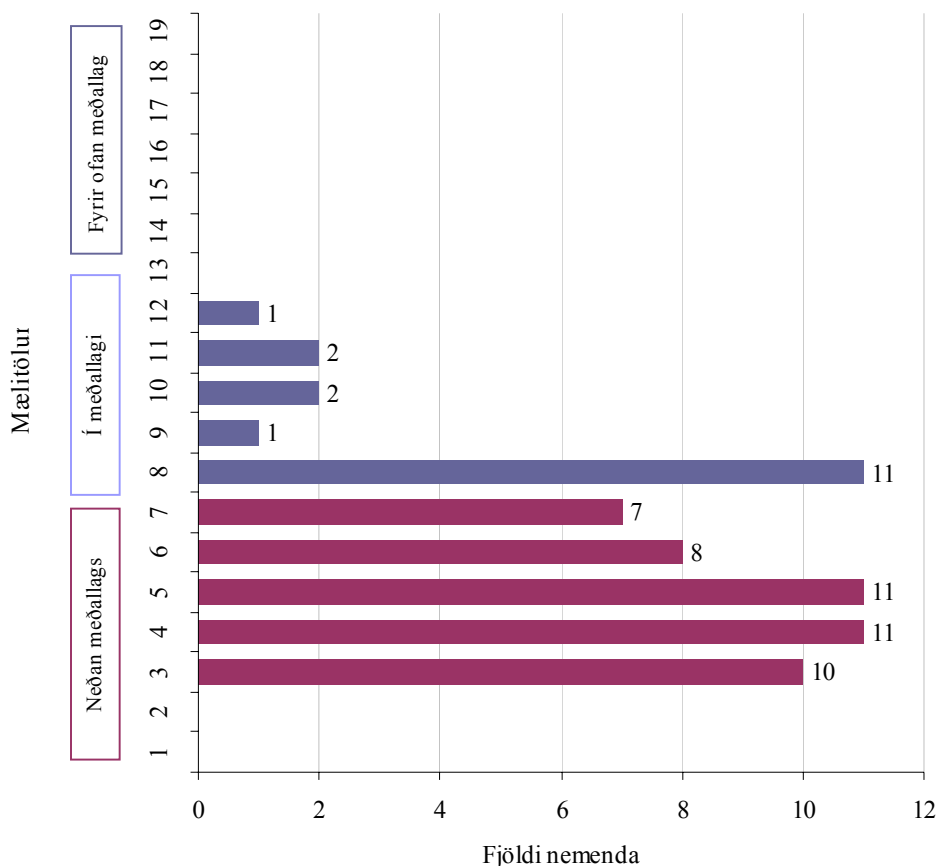


Mynd 9. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum *tölur* eftir kyni

Þrep III: Mælingar, stærðfræðiheiti, tölfræði, rúm- og flatarmál, algebra og jöfnur

Um 10% nemenda fóru í gegnum þrep III eða 64 nemendur.¹²

Á mynd 10 má sjá dreifingu nemenda eftir því hvaða mælitölu þeir fengu á prófþættinum *mælingar*. Meðalmælitala nemenda var lægst á þessum prófþætti eða 6,0. Enginn fékk mælitölu yfir 12.

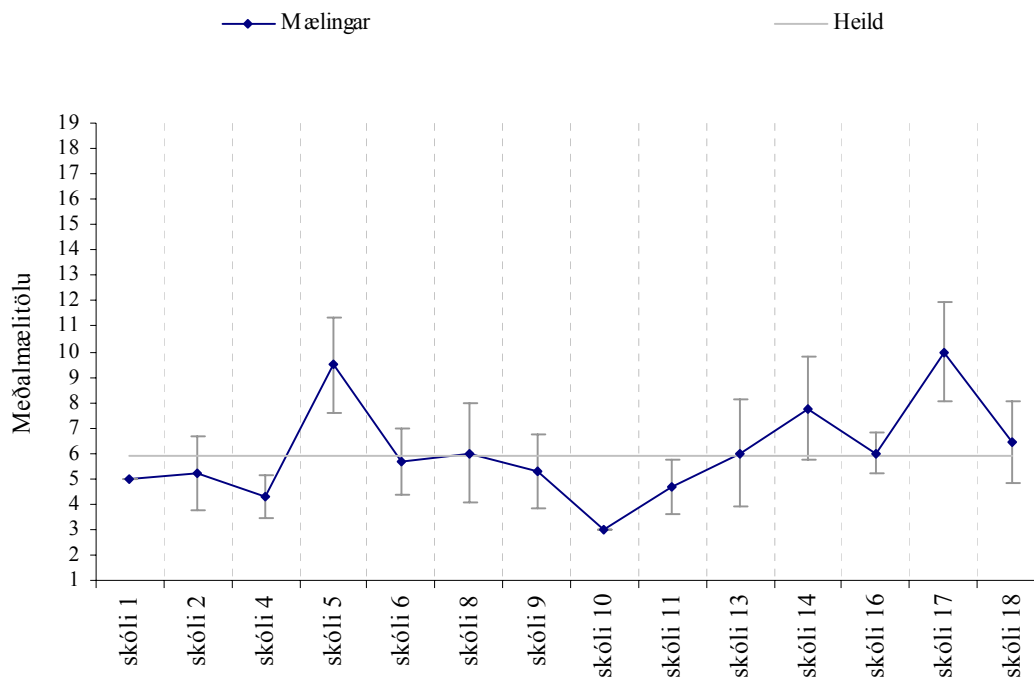


Mynd 10. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *mælingar*

Meðalmælitala nemenda árið 2003 var nokkuð hærri eða 6,8. Þá voru um 65% nemenda í þrepi III fyrir neðan meðallag en nú voru það 90%.

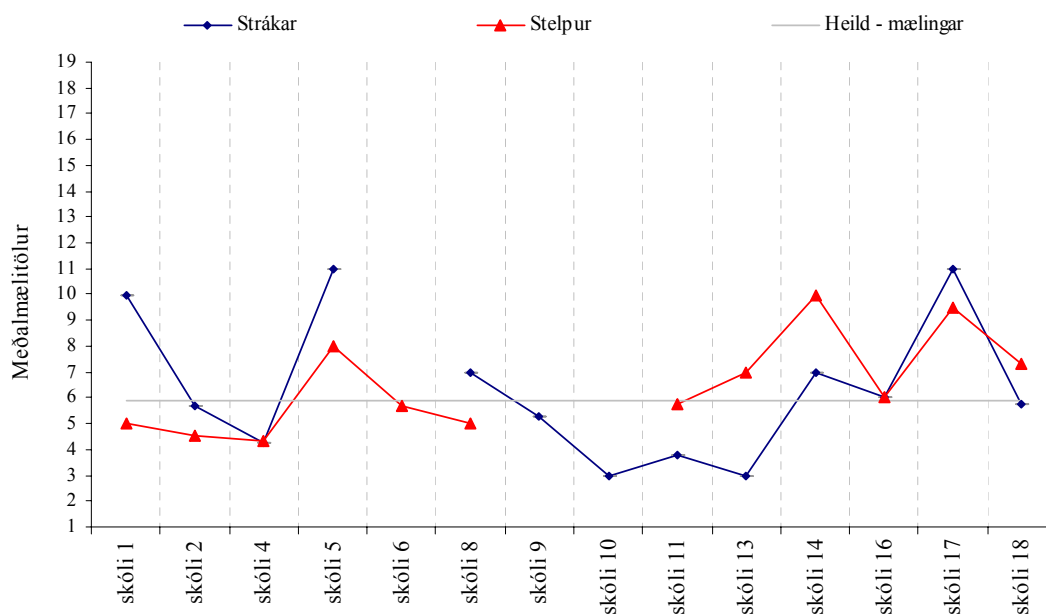
Á mynd 11 má sjá hvaða meðalmælitölu skólarnir fengu. Ekki var marktækur munur á milli skólanna vegna þess hve fáir nemendur voru í hverjum skóla fyrir sig (vikiörk skarast). Hæsta meðaltal skóla var 10,0 í skóla 17 en það lægsta 3,0 í skóla 10 (þess ber að geta að þar þreytti einungis einn nemandi þennan prófþátt).

¹² Enginn nemandi úr skóla 12.



Mynd 11. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum *mælingar*

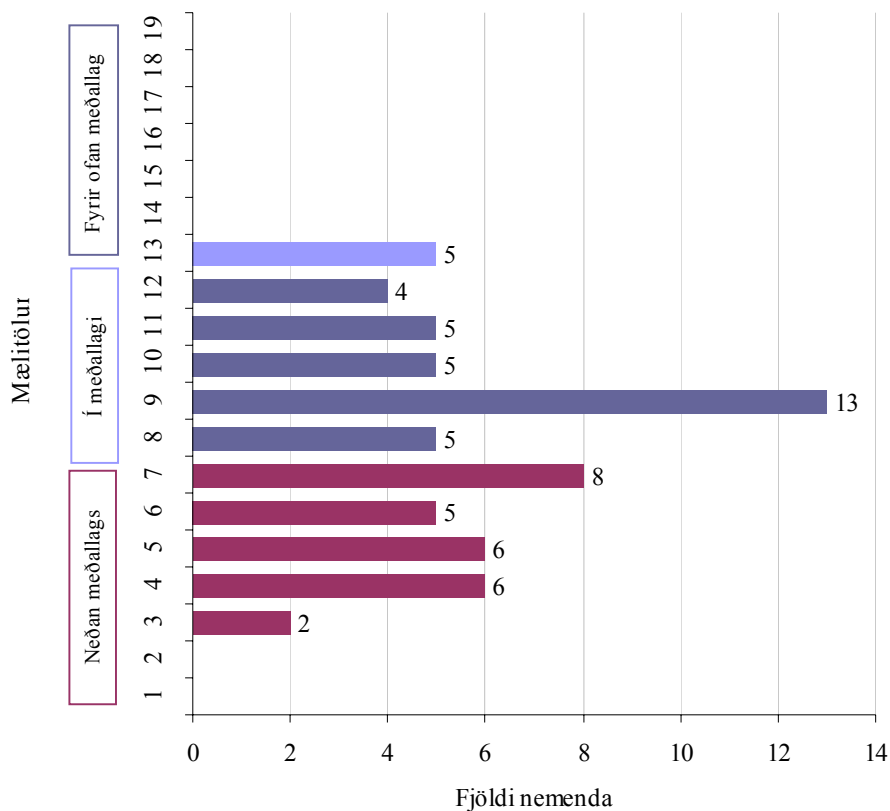
Á mynd 12 sést munur á meðaltölum stelpna og stráka í prófpættinum *mælingar* eftir skólum. Mismunandi var eftir skólum hvort strákar eða stelpur voru með hærra meðalskor þó svo að stelpur væru með hærra skor að meðaltali eða 6,2 á meðan strákar voru með um 5,8.



Mynd 12. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum *mælingar* eftir kyni¹³

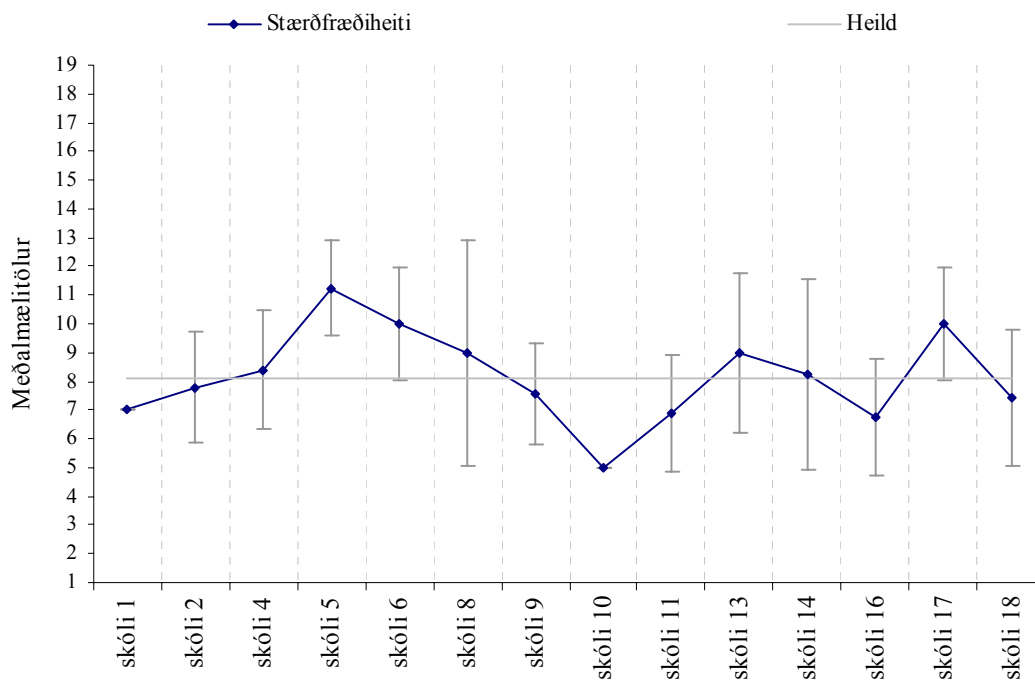
¹³ Þar sem strik eru brotin tók enginn strákur eða engin stelpa prófpáttinn *mælingar* í viðkomandi skóla.

Á mynd 13 má sjá hvernig dreifing nemenda var eftir árangri þeirra í prófþættinum *stærðfræðiheitum*. Um helmingur var með getu í meðallagi (mælitala á bilinu 8-12) en um 42% nemenda voru undir meðallagi.



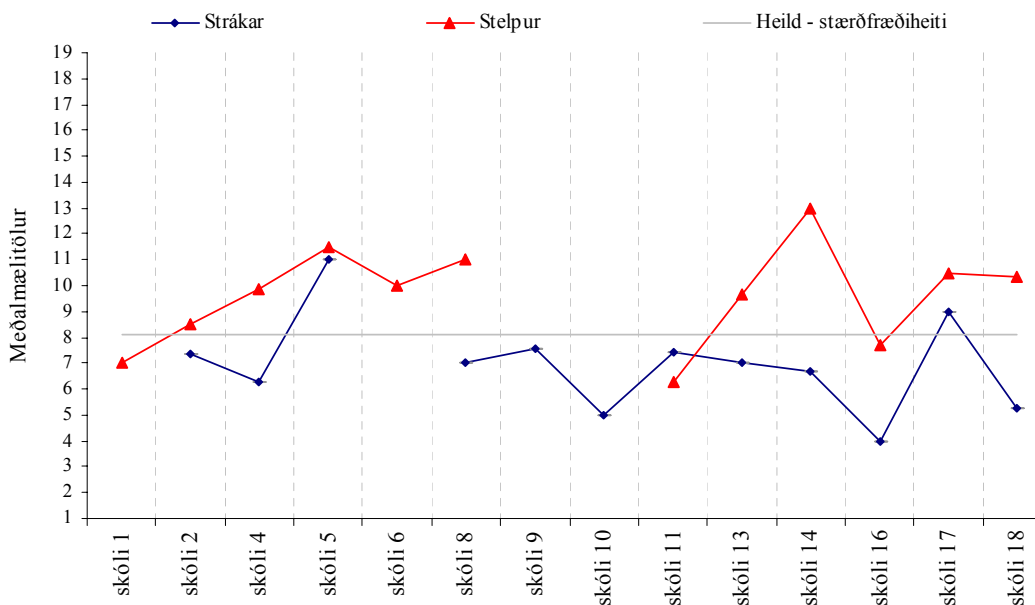
Mynd 13. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *stærðfræðiheitum*

Þegar meðalskor í *stærðfræðiheitum* var skoðað með dreifigreiningu reyndist ekki vera tölfræðilega marktækur munur eftir skólum (mynd 14). Tveir skólar voru með meðalmælitölu undir meðallagi en lægsta meðalmælitölan var 5,0 en sú hæsta 11,3.



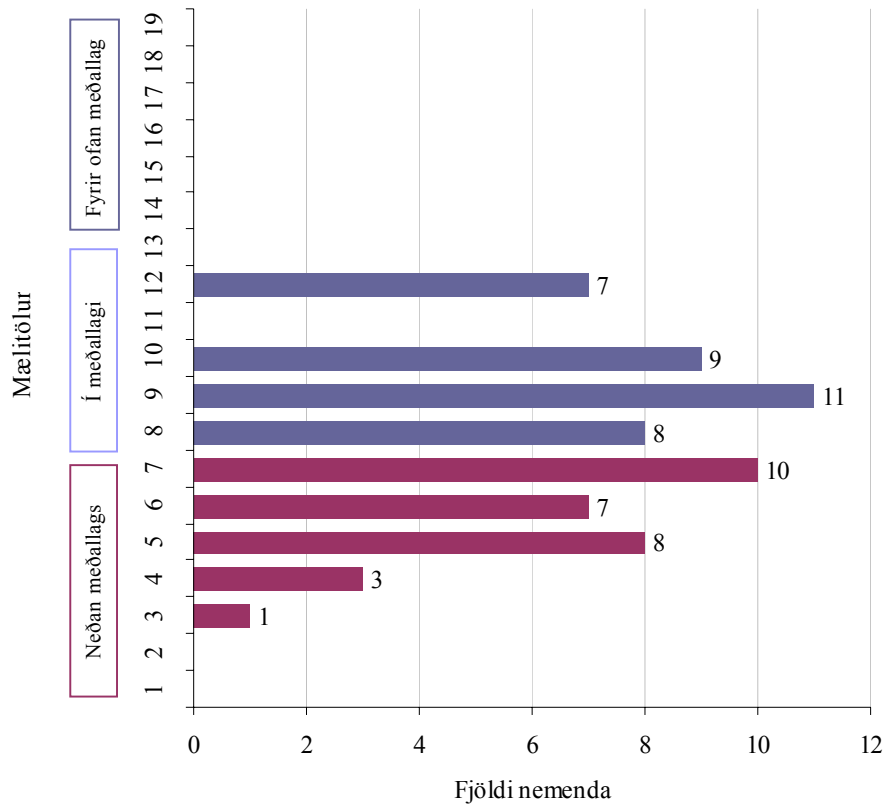
Mynd 14. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum stærðfræðiheiti

Á mynd 15 sést munur á meðaltölum stelpna og stráka eftir skólum í prófþættinum stærðfræðiheiti. Stelpur voru yfirleitt með hærri mælitölu í þeim skólum þar sem bæði kynin tóku prófið. Meðalmælitöla stelpna var 9,3 á meðan strákar voru með um 7,2. Sérstaklega var munur á strákum og stelpum í skóla 14 en þar voru strákar með meðalskorið 6,7 en stelpur með 13.



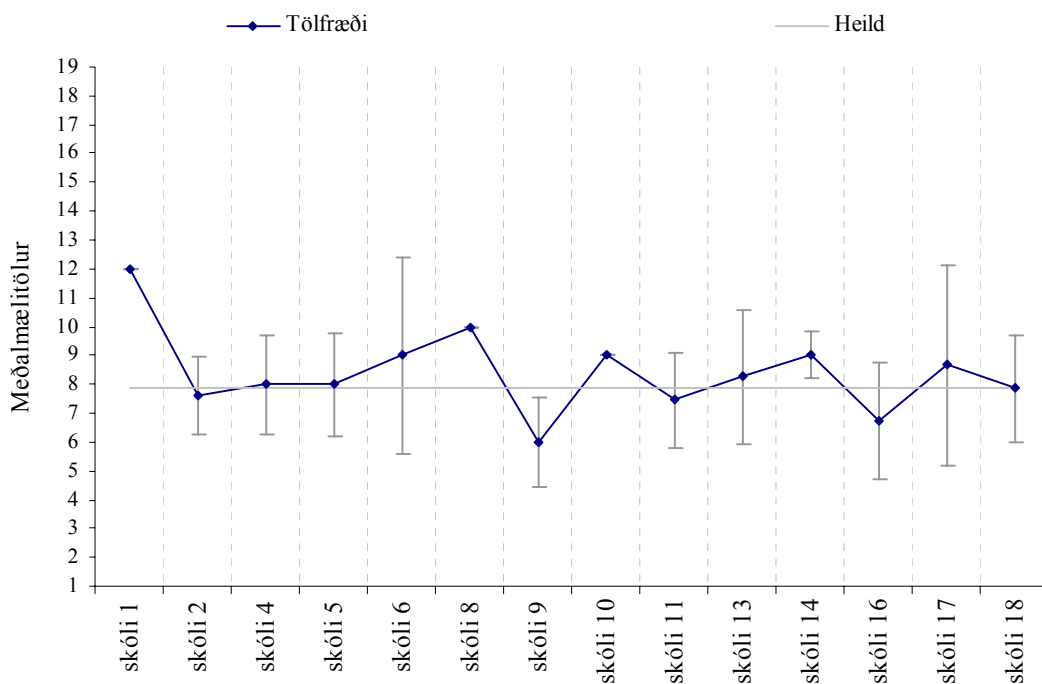
Mynd 15. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum stærðfræðiheiti eftir kyni

Á mynd 16 má sjá dreifingu nemenda eftir því hvaða mælitölu þeir fengu á prófþættinum tölfræði.



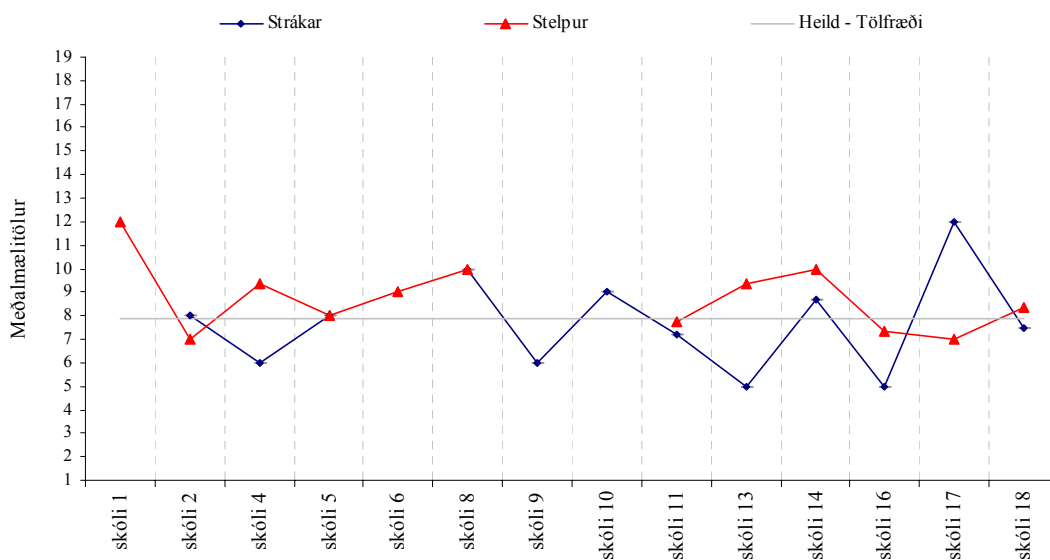
Mynd 16. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum tölfræði

Þegar meðalskor í tölfræði er skoðað með dreifigreiningu kom í ljós að það var ekki tölfræðilega marktækur munur eftir skólum (mynd 17). Í þremur skólum eru vikmörk ekki reiknuð þar sem einungis einn nemandi þreytti þennan prófþátt.



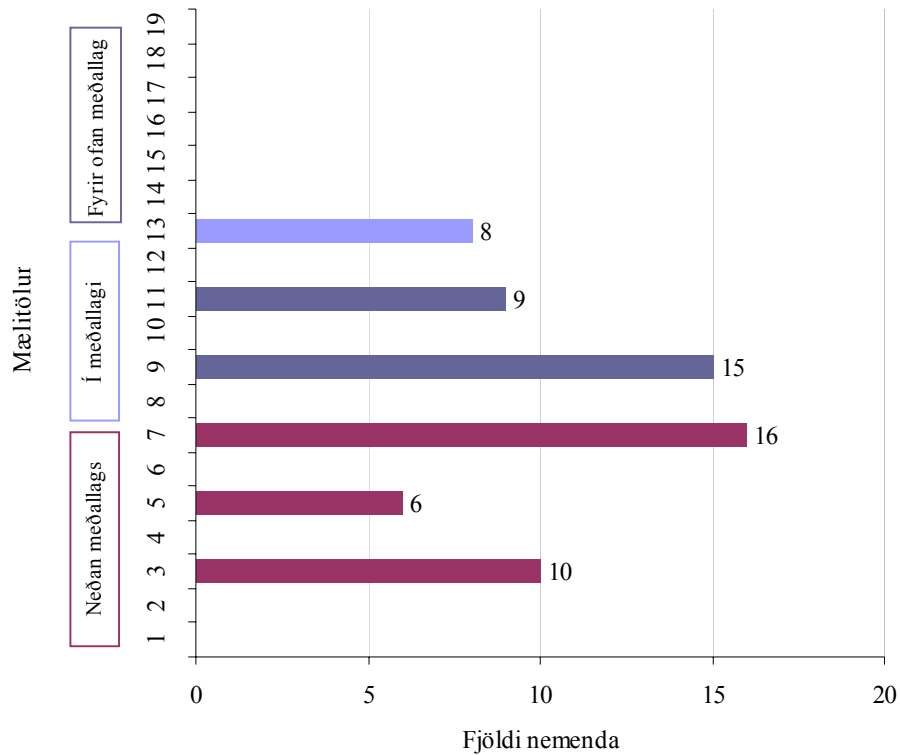
Mynd 17. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *tölfræði*

Á mynd 18 sést að munur er á meðaltölum stelpna og stráka í prófþættinum *tölfræði* eftir skólum en það var mismunandi eftir skólum hvort strákar eða stelpur voru með hærri meðalskor. Að meðaltali voru strákar með mælitöluna 7,5 en stelpur með 8,6.



Mynd 18. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *tölfræði* eftir kyni

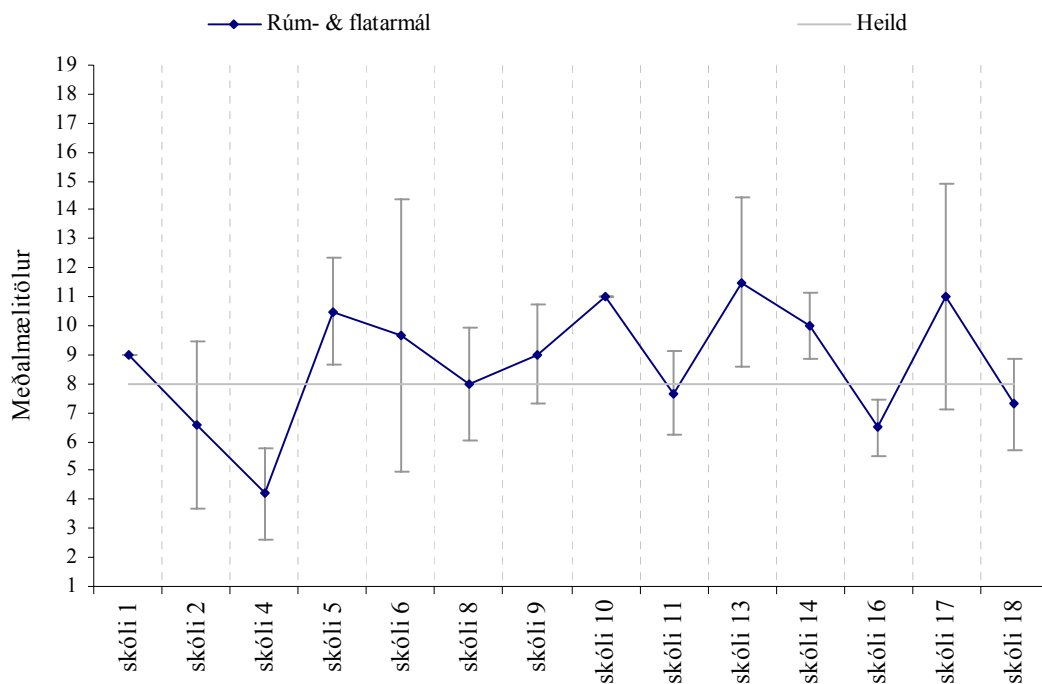
Á mynd 19 má sjá dreifingu nemenda eftir því hvaða mælitölu þeir fengu í prófþættinum *rúm- og flatarmál*.



Mynd 19. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *rúm- og flatarmál*

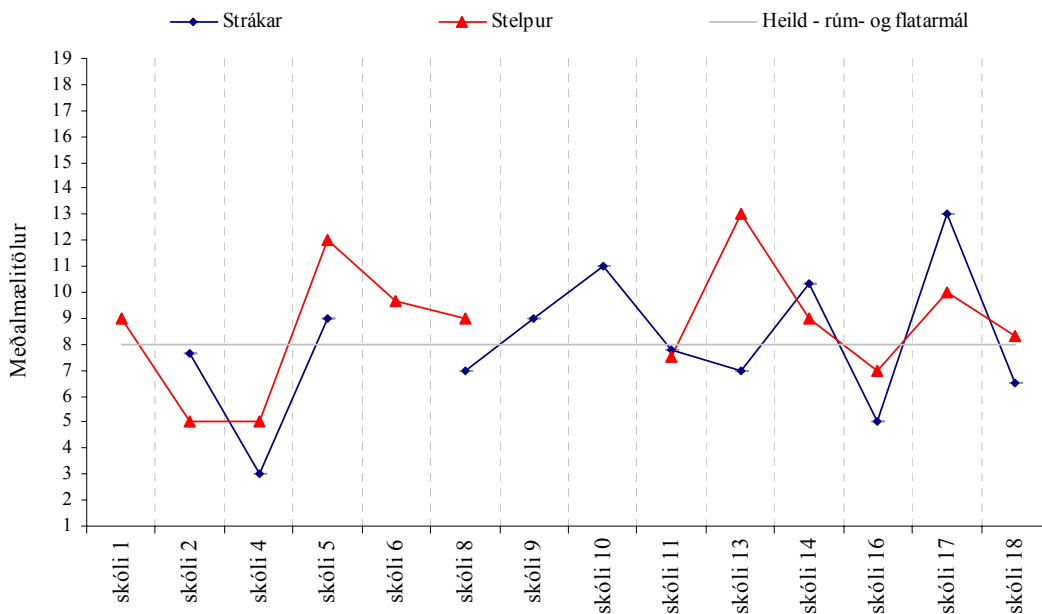
Þegar meðalskor í *rúm- og flatarmáli* var skoðað með dreifigreiningu kom í ljós að það var munur eftir skólum¹⁴ (mynd 20). Skólar 5, 10, 13 og 17 komu sérstaklega hátt út á þessum þætti, en lágstar meðalmælitölur eru í skólum 2, 4 og 16.

¹⁴ $F_{13,32}=4,04$; $p\leq 0,001$



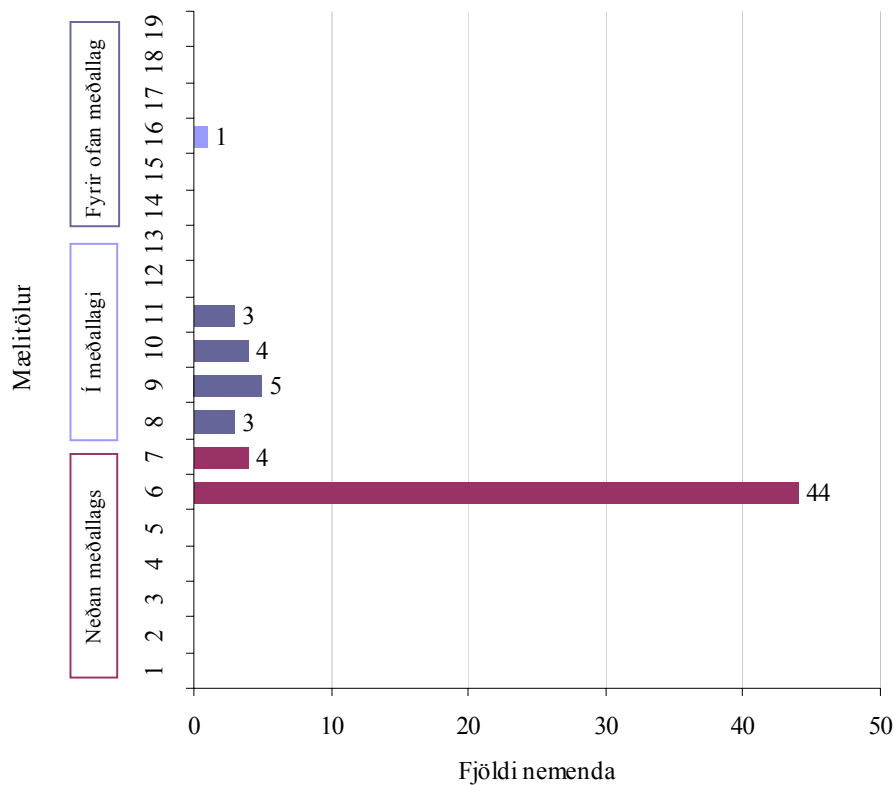
Mynd 20. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *rúm- og flatarmál*

Á mynd 21 sést að munur er á meðaltali stelpna og stráka eftir skólum í prófþættinum *rúm- og flatarmál* en það var mjög misjafnt eftir skólum hvort strákar eða stelpur voru með hærri meðalmælitölu. Að meðaltali voru strákar með heldur lægri meðalmælitölu eða 7,8 á móti 8,2 hjá stelpum.



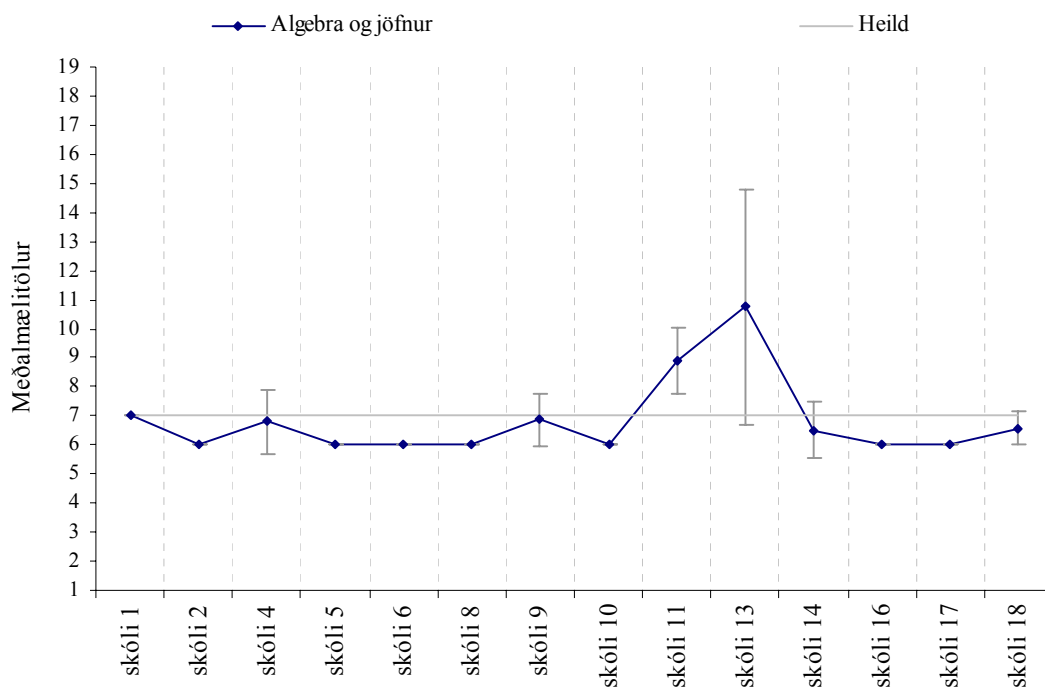
Mynd 21. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *rúm- og flatarmál* eftir kyni

Á mynd 22 má sjá dreifingu nemenda eftir því hvaða mælitölu þeir fengu í prófþættinum *algebra og jöfnur*. Þetta var síðasti prófþáttur í þrepi III. Flestir nemendur voru með mælitöluna 6 eða 44 nemendur.



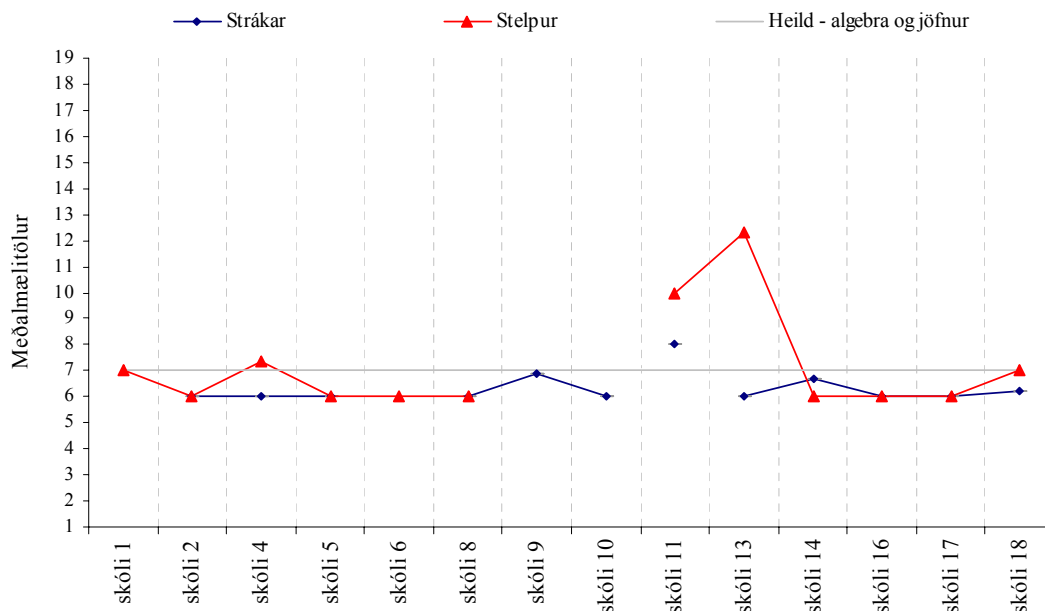
Mynd 22. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *algebra og jöfnur*

Árið 2003 voru flestir nemendur með mælitöluna 7 eða 35. Á mynd 23 má sjá að skóli 13 var með hæstu meðalmælitölu í þessum prófþætti.



Mynd 23. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *algebra og jöfnur*

Á mynd 24 sést að ekki var mikill munur á meðaltali stelpna og stráka á prófþættinum *algebra og jöfnur* eftir skólum þar sem bæði kyn tóku þátt, mest í skóla 13 og 11 þar sem stelpur voru með hærri meðalmælitölu. Meðalmælitala hjá stelpum var þó heldur hærri en hjá strákum eða 7,5 á móti 6,7 hjá strákum.

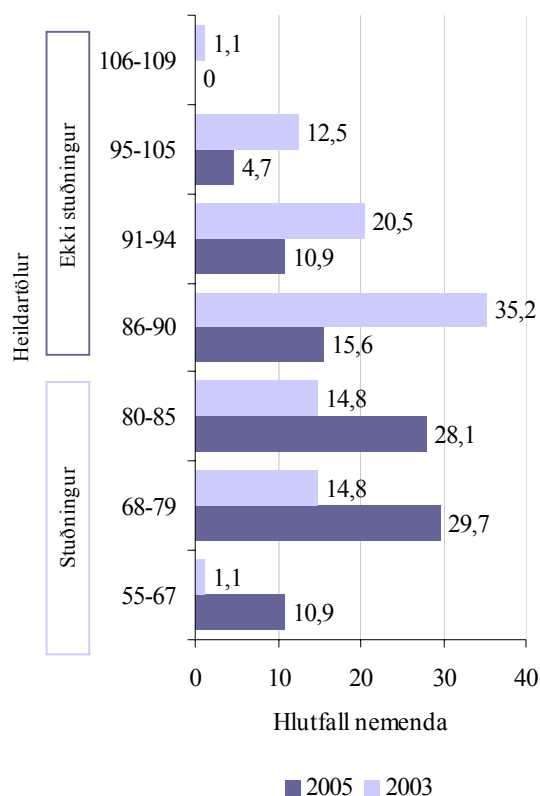


Mynd 24. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *algebra og jöfnur* eftir kyni

Nemendur sem þurfa sérstakan stuðning

Eftir að heildartala hafði verið reiknuð fyrir nemendur sem fóru í gegnum öll þrjú þrepin var hægt að sjá hvaða nemendur eru líklegir til að þurfa stuðning í stærðfræði eða þurfa nánari athugun. Miðað var við að nemendur sem fengu heildartöluna 85 eða lægri væru líklegir til að þurfa á sérstökum stuðningi að halda í stærðfræði. Eins og sjá má á mynd 25 þá voru 68% nemenda undir meðallagi 2005 en 31% árið 2003. Að þessu sinni teljast nú um 14% nemenda vera líklegir til að þurfa stuðning í stærðfræði eða þurfa nánari athugunar við. Árið 2003 voru það um 6% nemenda.

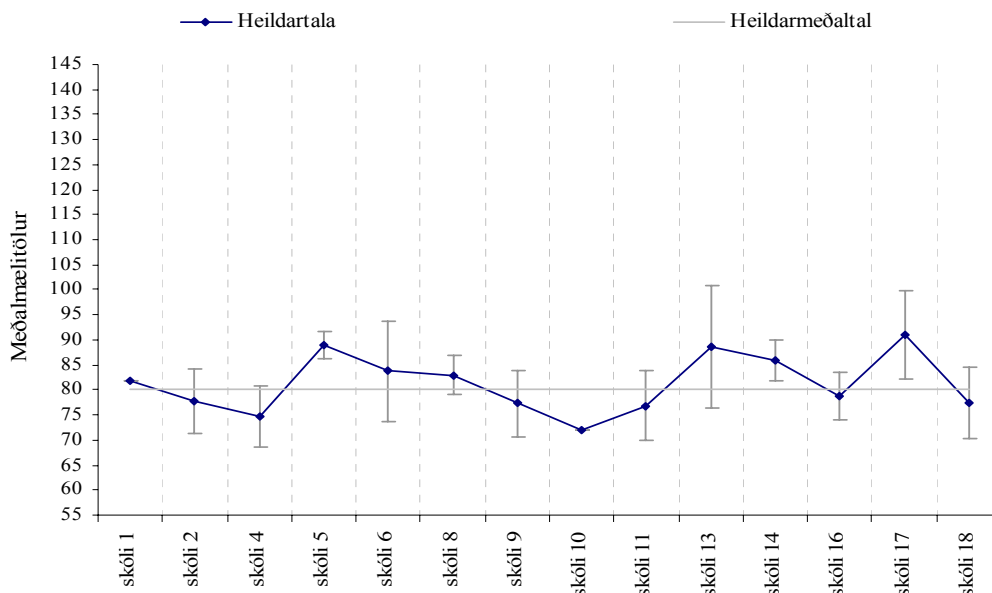
Samkvæmt stöðlun prófsins ætti um það bil helmingur hópsins sem fer í gegnum öll þrep skimunarinnar að vera með 85 eða lægra í heildartölu og um 12,6% af öllum nemendahópnum (allir nemendur sem tóku þátt í skimuninni meðtaldir). Hér er það um 68% hópsins sem fer í gegnum þriðja þrep skimunarinnar og 14% af öllum nemendahópnum, þ.e. nokkuð fleiri. Sennilegasta skýringin er sú að það rof sem varð á skólastarfi vegna kennaraverkfalls á haustönn 2004 hafi haft töluverð áhrif á frammistöðu nemendanna nú.



Mynd 25. Hlutfall nemenda sem fór í gegnum öll þrjú þrep skimunarinnar eftir heildartölu

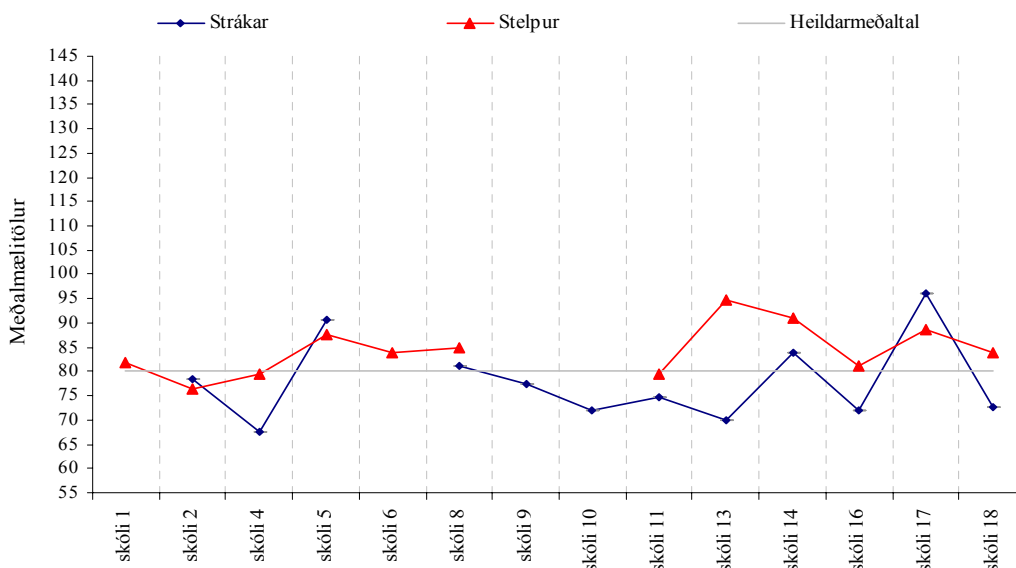
Heildartala var reiknuð fyrir alls 64 nemendur, 31 stelpu og 33 stráka. Fleiri strákar voru meðal þeirra nemenda sem fengu 85 eða lægra út úr prófinu eða 24 á móti 20 stelpum.

Á mynd 26 má sjá meðalheildartölur eftir skólum og vikmörk þeirra. Meðalheildartala er 80. Samkvæmt stöðlun Talnalykils má búast við að meðalheildartala sé á bilinu 85-115 ef allir nemendur taka þátt, þ.e. ekki aðeins þeir nemendur sem verst gengur eins og hér. Gildi meðalheildartölu í hverjum skóla segir um hvernig skimunin hefur virkað í viðkomandi skóla. Ef gildi meðalheildartölu er lágt hafa aðeins þeir allra slökustu farið í gegnum þriðja þrep skimunarinnar. Ef meðaltalið er hátt hafa tiltölulega margir sem ekki eru slakir farið í gegnum þriðja þrep skimunarinnar.



Mynd 26. Meðalheildartölur eftir skólum¹⁵

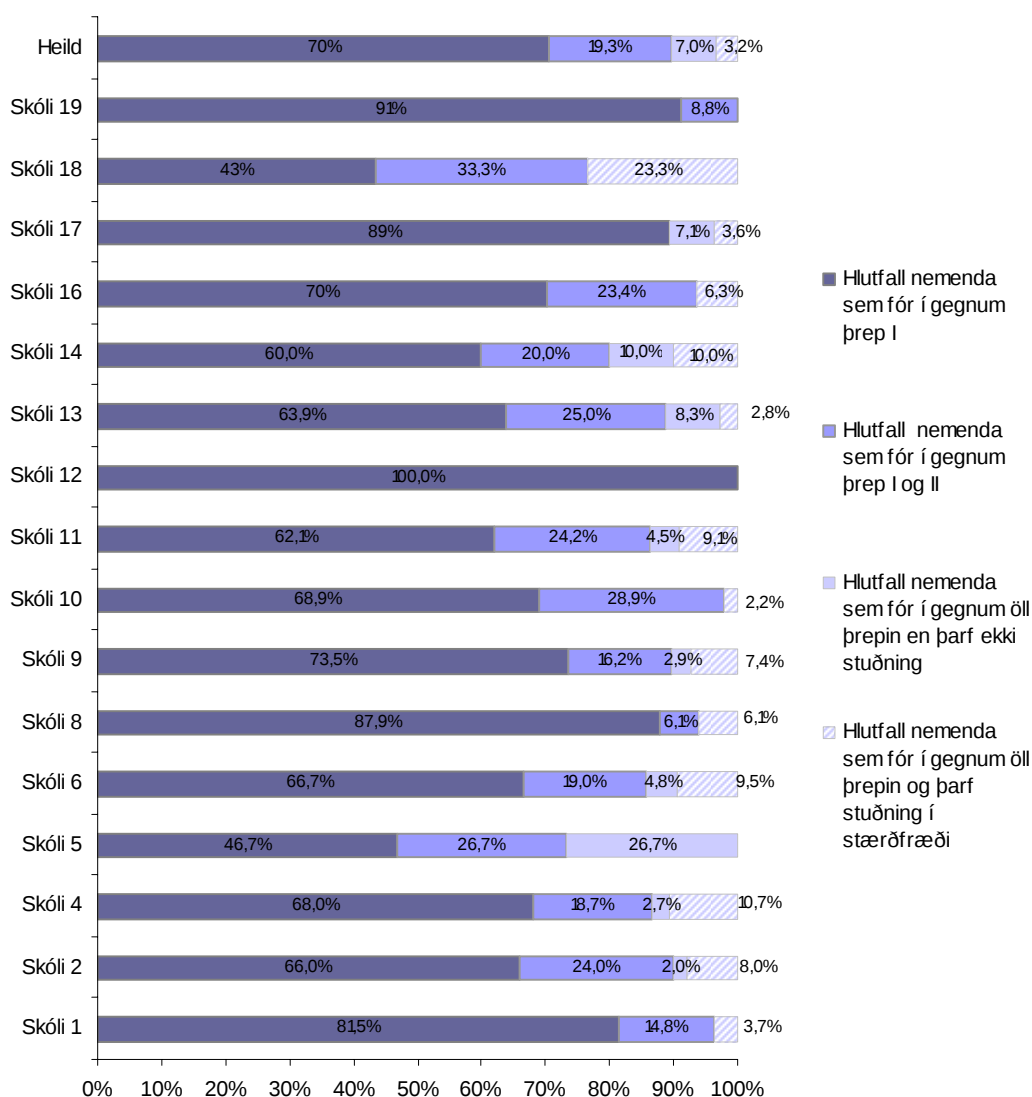
Á mynd 27 er meðalheildartölum einnig skipt niður eftir kyni. Stelpur höfðu yfirleitt hærri heildartölu eða í 7 skólum af 10 þar sem bæði kyn tóku prófið. Meðalheildartala stelpna var 83,5 en stráka 76,8.



Mynd 27. Meðalheildartölur eftir skólum og kyni

¹⁵ Í skóla 12 og skóla 19 fóru engir nemendur í gegnum öll þrjú þrep prófsins.

Á mynd 28 sést svo hve stórt hlutfall nemenda af heildarfjölda er líklegt til að þurfa hjálp í stærðfræði og eftir einstökum skólum. Eins og sést er það mismunandi eftir skólum hvort nemendur sem tóku allt prófið eru líklegir til að þurfa hjálp í stærðfræði eða ekki, allt frá því að enginn er talinn þurfa á stuðningi að halda upp í rúm 23% nemenda. Í skóla 5 fóru um 27% nemenda í gegnum öll þrep skimunarinnar en enginn þeirra virtist vera í erfiðleikum með stærðfræðinámi. Í skóla 18 fóru um 23% nemenda í gegnum öll þrep og þeir nemendur virtust allir líklegir til að eiga í erfiðleikum með stærðfræði. Hafa ber í huga að í sumum skólum er um mjög fáa nemendur að ræða sem standa að baki þessum prósentum. Í heildina þurftu 70,4% nemenda aðeins að fara í gegnum þrep I, 19,3% nemenda þurftu að fara í gegnum þrep I og II og um 10% nemenda þurftu að fara í gegnum öll þrep skimunarinnar. Að meðaltali eru um 3,2% nemenda talin þurfa á stuðningi eða sérkennslu að halda í stærðfræði.



Mynd 28. Hlutfall nemenda eftir skólum/prepi og hlutfall nem. sem þurfa sérstakan stuðning

Samantekt og nýting niðurstaðna

Í heildina teljast 3,2% nemenda (20 nemendur af 626) þurfa sérstakan stuðning í stærðfræði. Samkvæmt þeim viðmiðum sem stuðst var við ætti þetta að vera um 92% þeirra nemenda sem líklega munu þurfa sérkennslu í stærðfræði. Samkvæmt upplýsingum í sérkennslukönnun 2005 (*Sérkennsla í grunnskólum Reykjavíkur, 2005*) nær sérkennsla í stærðfræði hámarki í sjöunda bekk, en þar eru nýttar 15,5% af heildarsérkennslustundum í stærðfræði. Í 3. bekk eru aðeins nýtt 8.3% og í 4. bekk 10.5%. Þessar upplýsingar segja ekki til um hve margir einstaklingar njóta sérkennslu í stærðfræði en sýna hvernig tíminn skiptist hlutfallslega eftir árgöngum. Skólar geta nú nýtt sér niðurstöður skimunarprófsins í 3. bekk til að setja sérkennslu í stærðfræði sterkar inn í 4. og 5. bekk en virðist gert samkvæmt ofangreindri sérkennslukönnun.

Um 70% nemenda náðu settu viðmiði í þrepi I og teljast því vera ólíkleg til að þurfa á sérstakri aðstoð í stærðfræði að halda. Um 19% nemenda náðu settu viðmiði í þrepi II og teljast því ekki í mikilli áhættu hvað varðar námsörðugleika í stærðfræði. Um 10% nemenda fóru í gegnum þrep III og 3,3% nemenda telst þurfa á sérstakri aðstoð að halda í stærðfræði.

Í flestum prófþáttum í þrepi III var meðalmælitala nemenda innan þeirra marka sem telst vera meðalárangur. Lægst var meðalmælitala í *mælingum* en þar voru aðeins 8% nemenda með getu í meðallagi. Allir skólar nema tveir voru með meðalmælitölu undir 8. Næst lægst var meðalmælitalan í *algebru og jöfnum* en þar voru flestir skólar undir meðalárangri. Enn skal á það bent að aðeins hluti nemenda tók þessa prófþætti. Þetta er því niðurstaða sem vert er að skoða án þess að draga miklar ályktanir um stöðu alls hópsins.

Best komu nemendur út í *stærðfræðiheitum* og *rúm- og flatarmáli* en þar voru 25 - 30% nemenda með getu um og yfir meðallagi.

Í þessari skýrslu er borinn saman árangur þeirra 19 skóla sem tóku þátt í stærðfræðiskimuninni og einnig eru skólar bornir saman við heildarmeðalárangur þessara 19 skóla. Æskilegt er að nýta þessar niðurstöður til að gera áætlun um stærðfræðikennslu út frá stöðu hvers einstaklings. Einnig er mikilvægt að nýta þær vísbendingar, sem hér koma fram og í skýrslum einstakra skóla, um hvað hefur gefið góða raun í stærðfræðikennslu og hvað þarfnast úrbóta.

Niðurstöðurnar er bæði hægt að nýta til að breyta áherslum í kennslu heilla bekkja og ekki síður til að styðja einstaka nemendur. Ef niðurstöður gefa til kynna að skilning vanti á einhverjum grunnhugtökum stærðfræðinnar er hægt að grípa strax inn í til að nemendur geti náð árangri.

Niðurstöður úr prófþættinum *mælingar* gefa til kynna að nokkur hluti nemenda í öllum skólum skilji ekki hugtök eins og dagar/vikur/mán/ár, mm/cm/m/km og sek/mín/klst en spurning er hvað veldur því. Enn skal á það bent að aðeins hluti nemendahópsins tók þennan námsþátt og niðurstöðurnar gefa því ekki upplýsingar um færni alls nemendahópsins. Það er þó ljóst að nemendahópurinn sem líklegastur er til að þurfa

stuðning í stærðfræði stendur sig lakar í þessum námsþætti en öðrum. Því er vert að skoða sérstaklega hvernig unnið er með mælingar í skólastofunni og einnig hvort þessir nemendur þurfa sérstaka aðstoð við að tileinka sér þessi hugtök.

Markmið skimunarinnar er að finna þá einstaklinga sem þurfa á stuðningi að halda í stærðfræðinámi. Mikilvægt er því að skólar nýti þær upplýsingar sem skimunin gefur til að ákvarða hvaða einstaklingar þurfa á sérkennslu í stærðfræði að halda. Þessir nemendur vinna eftir einstaklingsáætlun í stærðfræði þar sem tekið er tillit til veikra og sterkra þátta í stærðfræðipækkingu þeirra.

Einnig er mikilvægt að nýta niðurstöður við heildarskipulag stærðfræðináms, s.s. með sjálfstæðum verkefnum sem höfða til áhugasviðs og getu einstakra einstaklinga og með tímabundinni getuskiptingu hópa, þar sem nemendur vinna markvisst að þjálfun ákveðinna atriða og þátta stærðfræðinnar. Í stærðfræðináminu sem öðru námi nemenda ætti að hafa að leiðarljósi einstaklingsmiðað nám og samvinnu nemenda ásamt því að nýta fjölbreyttar námsleiðir til að koma sem best til móts við veika og sterka þætti einstakra nemenda í samræmi við einstaklingsáætlun sem þeir móta í samstarfi við kennara og foreldra.

Heimildaskrá

Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði (1999). Reykjavík: Menntamálaráðuneytið.

Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson (1998a). *Talnalykill. Mælitölur, vikmörk og matsreglur fyrir hóppróf*. Reykjavík: Rannsóknastofnun uppeldis- og menntamála.

Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson (1998b). *Talnalykill. Staðal- og markbundið próf í stærðfræði handa 1.-7. bekk. Handbók*. Reykjavík: Rannsóknastofnun uppeldis- og menntamála.

Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson (2003). *Skilvirkni skimunar með Talnalykli: Leit að slökum nemendum í stærðfræði*. Sálfræðiritið, 8.

Sigurbjörg J. Helgadóttir o.fl. *Sérkennsla í grunnskólum Reykjavíkur*. 2005 (skýrsla í vinnslu). Reykjavík: Menntasvið Reykjavíkurborgar.

Starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík 2004. Reykjavík. Fræðslumiðstöð Reykjavíkur.

Starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík 2005. Reykjavík. Fræðslumiðstöð Reykjavíkur.

Talnalykill. Heimasíða Námsmatsstofnunar, www.namsmat.is, Talnalykill.